



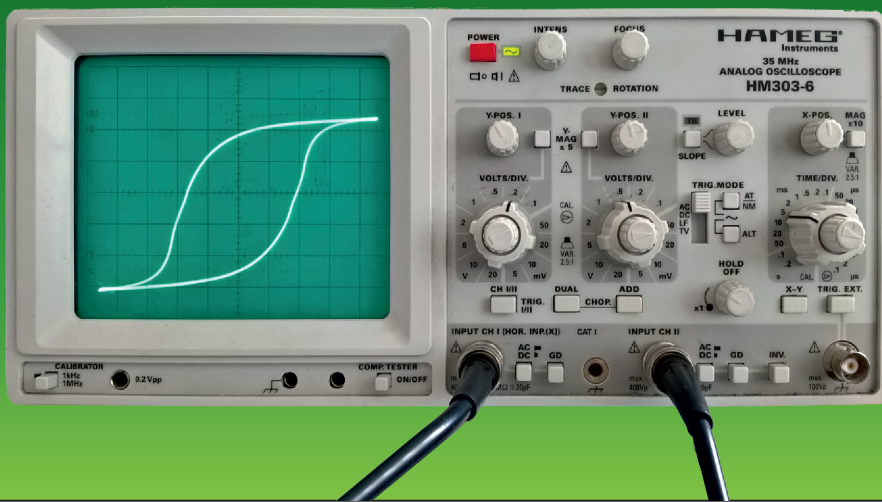
Уральский
федеральный
университет

имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

Институт естественных наук
и математики

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Лабораторный физический практикум



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ПЕРВОГО ПРЕЗИДЕНТА РОССИИ Б. Н. ЕЛЬЦИНА

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Лабораторный физический практикум

Рекомендовано методическим советом УрФУ
для студентов, обучающихся по программе бакалавриата
по направлениям подготовки 03.03.02 «Физика»,
05.03.04 «Гидрометеорология», 03.03.03 «Радиофизика»,
09.03.02 «Информационные системы и технологии»,
21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование»
27.03.01 «Стандартизация и метрология», 27.03.05 «Инноватика»,
28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»,
по программе специалитета по направлению подготовки
03.05.01 «Астрономия»

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2017

УДК 537(076)

Э454

А в т о р ы:

Н. Б. Лобанова, Ю. А. Лобанов, Н. П. Зырянова,
Е. А. Вилисова, А. С. Болячкин

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра физики и математического моделирования
Уральского государственного педагогического университета
(заведующий кафедрой доктор физико-математических наук,
профессор В. Е. Сидоров);

В. П. Коверда, доктор физико-математических наук, член-корр. РАН,
заведующий лабораторией фазовых переходов
и неравновесных процессов Института теплофизики УрО РАН

П о д о б щ е й р е д а к ц и е й

Е. А. Вилисовой

Э454 Электричество и магнетизм : лаборатор. физич. практикум /
[Н. Б. Лобанова, Ю. А. Лобанов, Н. П. Зырянова, Е. А. Вилисова,
А. С. Болячкин ; под общ. ред. Е. А. Вилисовой] ; М-во образова-
ния и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. — Екатеринбург :
Изд-во Урал. ун-та, 2017. — 216 с.

ISBN 978-5-7996-2077-6

Представлены описания лабораторных работ физического практикума по дисциплине «Электричество и магнетизм» курса общей физики. Описания работ содержат краткую теорию явлений, методику и порядок проведения эксперимента, а также контрольные вопросы для самопроверки.

Для студентов бакалавриата и специалитета естественно-научных и инженерных направлений подготовки.

УДК 537(076)

На обложке:

двухканальный аналоговый осциллограф НМ303-6

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов	5
Тема 1. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ	
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ.....	8
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. Изучение электронного осциллографа.....	8
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. Измерение силы, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля	26
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Измерение удельного заряда электрона «методом магнетрона».....	31
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	40
Тема 2. ИЗУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛУПРОВОДНИКОВ	
И СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ	42
2.1. Краткие сведения о полупроводниках.....	43
2.2. Электронно-дырочный переход	51
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. Исследование электрических и гальваномагнитных свойств полупроводников.....	57
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. Изучение работы полупроводниковых выпрямителей	67
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6. Изучение работы транзистора	82
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7. Измерение кривой поляризации и петли гистерезиса сегнетоэлектрика в постоянном электрическом поле.....	94
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	110
Тема 3. ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВА	112
3.1. Магнитные свойства вещества.....	113
3.1.1. Основные характеристики	113
3.1.2. Диамагнетики	115
3.1.3. Парамагнетики	118
3.1.4. Антиферромагнетики	119
3.1.5. Ферромагнетики.....	120

3.2. Поведение ферромагнетиков в постоянных и переменных магнитных полях	128
3.3. Измерения магнитного поля и индукции	131
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8. Определение точки Кюри ферромагнетиков методом электромагнитной индукции...	134
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9. Измерение кривой намагничивания и петли гистерезиса в постоянном магнитном поле	139
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10. Измерение петли гистерезиса и кривой намагничивания осциллографическим методом	147
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11. Определение кривой намагничивания в переменном магнитном поле.....	154
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12. Измерение магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ	160
ПРИЛОЖЕНИЕ	170
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	174

Тема 4. ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР	176
4.1. Свободные электрические колебания	177
4.1.1. Колебательный контур. Свободные колебания	177
4.1.2. Логарифмический декремент колебаний	183
4.1.3. Добротность контура	184
4.2. Вынужденные электрические колебания	186
4.2.1. Колебательный контур. Вынужденные колебания под действием гармонической ЭДС	186
4.2.2. Резонанс напряжения на конденсаторе	190
4.2.3. Добротность контура при вынужденных колебаниях	192
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13. Активная и реактивная мощности в цепях переменного тока	196
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14. Изучение вынужденных колебаний и явления резонанса в колебательном контуре	202
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15. Изучение свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре....	205
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	212

Библиографические ссылки	213
---------------------------------------	------------

ОТ АВТОРОВ

В учебно-методическом пособии представлены описания лабораторных работ № 1–15, которые выполняются студентами младших курсов физического факультета Института естественных наук и математики УрФУ в рамках дисциплины «Физический практикум. Электричество и магнетизм» модуля «Общий физический практикум». Параллельно студенты изучают дисциплину «Электричество и магнетизм» модуля «Общая физика».

Весь материал пособия разбит на четыре тематических раздела: «Движение электронов в электрических и магнитных полях», «Изучение характеристик полупроводников и сегнетоэлектриков», «Изучение магнитных свойств вещества», «Цепи переменного тока. Колебательный контур». Каждый раздел имеет краткую вступительную часть и заключение. Начиная со второго, в разделы включена отдельная теоретическая часть, общая для лабораторных работ. Ее прочтение перед выполнением конкретной лабораторной работы является обязательным для студентов, а краткие выдержки из нее желательно включать в отчет по работе. После ознакомления с теоретической частью работы для успешного усвоения материала студенту предлагается проверить знания с помощью контрольных вопросов. Затем следует внимательно изучить методику эксперимента, ознакомиться с электрической схемой установки, с приборами и оборудованием, используемым в эксперименте. При выполнении некоторых работ студентам будет предложено самостоятельно собрать электрическую схему установки. Далее следует изучить порядок выполнения задания. Приступать к выполнению работы можно только с разрешения преподавателя. Результаты измерений необходимо заносить в рабочую тетрадь в заранее подготовленные таблицы, а по окончании измерений обработать полученные данные по указанной методике и сделать необходимые выводы. После выполнения

работы студент представляет преподавателю отчет по лабораторной работе, включающий в себя:

- название работы,
- цель работы,
- краткую теорию,
- схему электрической установки с перечнем приборов и оборудования,
- методику эксперимента,
- выполненные задания с измерительными и расчетными таблицами (обязательно приводится пример расчета одной строки расчетной таблицы),
- графики полученных зависимостей,
- расчет погрешностей измеренных величин,
- вывод, включающий значения измеренных величин с погрешностями.

При выполнении заданий студенты должны руководствоваться правилами техники безопасности, изложенными в инструкции Ф-36 на безопасное выполнение работ в лаборатории электрических и магнитных измерений.

В пособие включены описания работ, которые входят в программу физического практикума по электричеству и магнетизму на протяжении последних пяти лет. По сравнению с предыдущими изданиями описаний лабораторных работ, данное пособие дополнено новыми работами с современным электроизмерительным оборудованием (№ 2, 13), ряд работ модернизирован (№ 6, 15), а остальные усовершенствованы.

В составлении описаний лабораторных работ № 1–15 участвовали доценты кафедры общей и молекулярной физики, которые вели занятия со студентами: Н. Б. Лобанова, Н. П. Зырянова, Е. А. Вилисова; доцент кафедры физики низких температур Ю. А. Лобанов; аспирант кафедры магнетизма и магнитных наноматериалов А. С. Болячкин.

В организации и постановке лабораторных работ в разное время принимали участие преподаватели университета В. П. Ворошилов, Л. Я. Кобелев, И. А. Кузнецов, Н. Б. Лобанова,

Ю. А. Лобанов, Н. С. Малев, В. Х. Осадченко, В. В. Парфенов, А. С. Распопин, Е. Ф. Шабалина.

Отдельную признательность авторы издания высказывают сотруднику А. Р. Удалову за участие в подготовке теоретического блока лабораторной работы № 7 по физике диэлектриков и сегнетоэлектриков.

Авторы Н. Б. Лобанова, Н. П. Зырянова, Е. А. Вилисова выражают сердечную благодарность А. С. Болячкину за огромную техническую работу, сделанную по подготовке данного пособия, а также за написание содержательных и полезных заключений к темам и составление библиографического списка.

Тема 1

ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Во всех электронных и ионных приборах электронные потоки в вакууме или газе подвергаются воздействию электрического поля. При этом взаимодействие движущихся электронов с полем является основным процессом. Одним из таких электронных приборов является осциллограф. С принципом работы электронного осциллографа и с его основными применениями предлагается ознакомиться при выполнении работы № 1. Электронный осциллограф позволяет изучать быстропротекающие электрические процессы: наблюдать их осциллограммы и измерять мгновенные характеристики электрических сигналов.

Лабораторная работа № 2 посвящена изучению взаимодействия движущихся зарядов с магнитным полем и измерению силы Ампера с помощью тензометрического датчика.

В лабораторной работе № 3 изучается движение электронов в скрещенном электрическом и магнитном поле, которое лежит в основе магнетронов (осцилляторов, применяемых при генерации микроволнового излучения). В работе «методом магнетрона» определяется фундаментальная физическая постоянная — удельный заряд электрона.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Изучение электронного осциллографа

Цель работы: Ознакомление с принципом действия осциллографа, применение осциллографа в качестве измерительного прибора, исследование характеристик электрических сигналов.

1. ПРИНЦИП РАБОТЫ ОСЦИЛЛОГРАФА

1.1. БЛОК-СХЕМА

Осциллограф — это прибор, предназначенный для исследования и регистрации электрических процессов. Блок-схема (рис. 1) простейшего осциллографа состоит из следующих элементов:

1. Одним из основных элементов осциллографа является *электронно-лучевая трубка*, в которой узкий пучок летящих электронов проходит через две пары пластин и вызывает свечение экрана. Первая пара пластин (пластины *X*) расположена вертикально и отклоняет луч по горизонтали. Вторая пара пластин (пластины *Y*) расположена горизонтально и отклоняет луч по вертикали. Если подавать на эти пластины напряжение, луч опишет на экране кривую, называемую осциллограммой.
2. Для получения осциллограмм, изображающих зависимость напряжения от времени, необходим генератор горизонтальной развертки. Это *генератор пилообразного напряжения*, которое подается на горизонтально отклоняющие пластины *X* и может меняться по частоте.
3. Амплитуда исследуемого сигнала часто бывает мала. Для увеличения сигнала предусмотрен *усилитель вертикального отклонения*, а для обеспечения необходимой ширины изображения — *усилитель горизонтальной развертки*.
4. В результате целого ряда причин частота сигнала не вполне стабильна. Из-за этого осциллограмма становится неустойчивой. Для исключения неустойчивости генератор горизонтальной развертки связывают с исследуемым сигналом, заставляя его работать синхронно с изменением исследуемого сигнала. Эту функцию в осциллографе выполняет *блок синхронизации*. Исследуемый сигнал можно подавать либо непосредственно на пластины *X* или *Y*, либо через вертикальный и горизонтальный усилители.

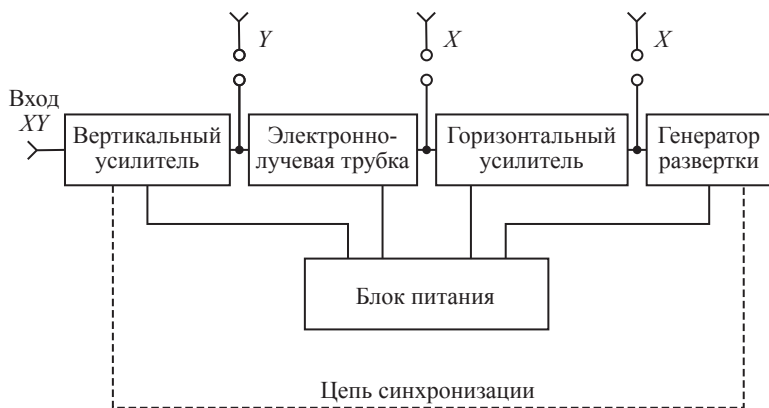


Рис. 1. Блок-схема простейшего осциллографа

1.2. ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВАЯ ТРУБКА

Электронно-лучевая трубка с электростатическим управлением [1, с. 224] состоит из вакуумной колбы цилиндрической формы с расширением к концу в виде конуса (рис. 2). Почти плоское основание конуса покрыто слоем люминофора — это экран трубки (Э). Электроны, вылетевшие с катода (К) под разными углами к его поверхности, попадают в электрическое поле цилиндра М, окружающего катод (модулятора), или, как его иначе называют, управляющего электрода, имеющего отрицательный потенциал относительно катода. Этим полем поток электронов сжимается и направляется в отверстие модулятора. Так формируется электронный пучок. Интенсивность пучка и, следовательно, яркость светящегося на экране пятна можно регулировать с помощью потенциометра R_1 , так как поле управляющего электрода, помимо самого сжимающего действия на поток электронов, оказывает еще и тормозящее действие. При достаточно большом отрицательном потенциале модулятора можно совсем «погасить» пучок. После модулятора пучок попадает в электрическое поле первого анода (A_1), или, как его еще называют, фокусирующего цилиндра. На него подается положительное относительно катода напряжение порядка нескольких сот вольт. Это поле ускоряет электроны

в пучке и, благодаря своей конфигурации, сжимает электрический пучок. Таким образом, фокусировка луча достигается изменением потенциала первого анода с помощью потенциометра R_2 . Второй анод (A_2) представляет собой короткий цилиндр, который располагают непосредственно за первым анодом и подают на него более высокое положительное напряжение (1–5 кВ). Этот анод называют еще ускоряющим анодом. В результате электронам сообщается достаточная скорость, чтобы вызвать свечение экрана, а благодаря фокусировке на экране получается светящаяся точка. Система электродов: катод-модулятор — первый анод — второй анод — образует так называемую *электронную пушку*. Далее расположены две пары параллельных пластин. Одна из них установлена горизонтально, а другая вертикально. Если к пластинам X и Y приложить разность потенциалов, то электронный луч будет отклоняться в вертикальном или горизонтальном направлении. Таким образом, претерпев на своем пути последовательно два взаимно перпендикулярных отклонения, электронный луч может быть направлен в любую точку экрана. При отсутствии отклоняющих напряжений на пластинах электронный луч попадет в центр экрана.

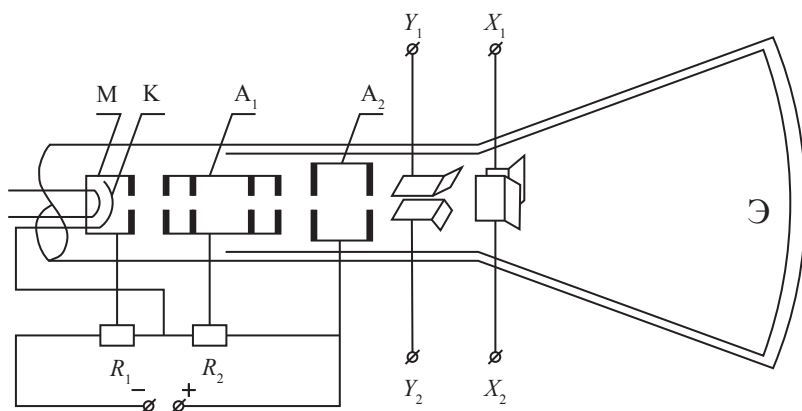


Рис. 2. Электронно-лучевая трубка с электростатическим управлением

1.3. Принцип получения осциллограмм

Если на вертикально отклоняющие пластины Y электронно-лучевой трубки подать переменное напряжение, то электронный луч начнет колебаться в вертикальном направлении и оставит на экране трубки светящуюся вертикальную линию. Если же переменное напряжение подать только на горизонтальные пластины X , то на экране получится горизонтальная светящаяся линия. При одновременном воздействии переменных напряжений на обе пары пластин, в зависимости от соотношения частот, амплитуд и фаз подаваемых напряжений, можно получить различные осциллограммы. Рассмотрим, что получится, если на обе пары пластин подавать два синусоидальных напряжения из сети частотой 50 Гц или напряжение от звукового генератора любой частоты в звуковом диапазоне приблизительно до 20 кГц. Возьмем для простоты два синусоидальных колебания одинаковой частоты и амплитуды и методом графического построения найдем форму осциллограммы. Принцип построения виден из чертежа (рис. 3).

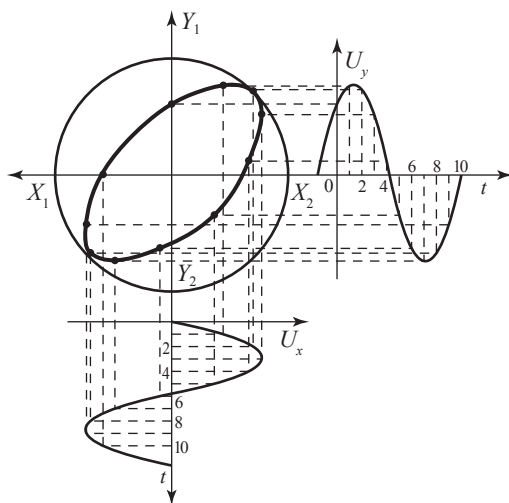


Рис. 3. Принцип графического построения осциллограммы

Итак, если синусоидальные напряжения совпадают по частоте и по фазе, то на экране получается неподвижная прямая линия. Методом графического построения легко рассмотреть, что получится на экране осциллографа, если эти напряжения сдвинуть по фазе на любой угол. В общем случае будет наблюдаться эллипс, при сдвиге фаз на $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$ и т. д. — окружность, а при 0, π , 2π и т. д. — прямая. Математически это выражается системой уравнений:

$$\begin{cases} x = A \sin \omega t \\ y = B \sin (\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (1)$$

Исключив из приведенных уравнений время t , получим:

$$y = \frac{B}{A} \left(x \cdot \cos \varphi \pm \sqrt{A^2 - x^2} \cdot \sin \varphi \right), \quad (2)$$

где A , B — амплитудные, а x и y — мгновенные значения отклонения пятна в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно. В общем случае выражение (2) есть уравнение эллипса, в частном случае — окружности и прямой.

Если подавать на пластины синусоидальные напряжения различной частоты, то картина на экране усложнится. Ясно, что если частоты этих напряжений будут относиться друг к другу как целые числа, то через определенные промежутки времени ситуация должна повториться, и осциллограмма получится неподвижной. Эти неподвижные кривые носят название *фигур Лиссажу* (см. п. 2.1.1).

1.4. ГЕНЕРАТОР ПИЛООБРАЗНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Для получения осциллограммы, изображающей зависимость исследуемого напряжения от времени $U_y = f(t)$, вспомогательное напряжение U_x должно быть пропорционально времени. При этом электронный луч, отклоняясь в вертикальном направлении в соответствии с законом исследуемого напряжения, одновременно будет двигаться вдоль экрана. Значит, напряжение U_x развертки

должно сравнительно медленно возрастать в течение некоторого времени, а затем мгновенно падать до нуля (рис. 4, а). График такого напряжения по форме напоминает зубцы пилы, поэтому это напряжение называется *пилообразным*. Реально пилообразное напряжение получают путем чередующихся между собой зарядки (время t_1) и разрядки (время t_2) конденсатора (рис. 4, б).

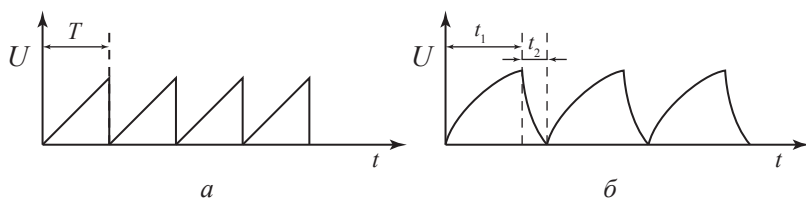


Рис. 4. Временная развертка пилообразного напряжения

а — идеальная развертка; б — реальная развертка

Очевидно, что при равенстве периодов исследуемого напряжения T_n и развертки T_p на экране получится один период исследуемого напряжения (рис. 5). При $T_p = n \cdot T_n$ (n — целое число) осциллограмма будет представлять собой кривую из n периодов исследуемого напряжения. При незначительном нарушении этого условия осциллограмма начинает двигаться либо вправо ($T_n > T_p$) либо влево ($T_n < T_p$) вдоль оси X .

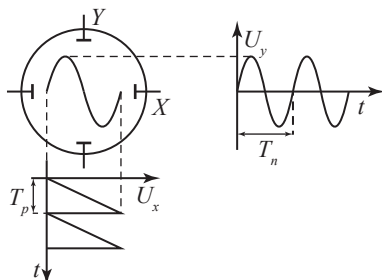


Рис. 5. Сигнал осциллографа при равенстве периодов исследуемого напряжения T_n и развертки T_p

Таким образом, для получения временной осциллограммы надо на вертикально отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки подавать исследуемое напряжение, а на горизонтально отклоняющие пластины — пилообразное напряжение. Частоты этих напряжений между собой должны быть равными или отличаться друг от друга в целое число раз.

Генератор развертки может работать в различных режимах. Надо помнить, что для наблюдения периодических синусоидальных напряжений служит *непрерывная*, или, как ее называют иначе, автоколебательная *развертка*. Процессы же переходные, повторяющиеся через неодинаковые промежутки времени или имеющие вид очень коротких периодических импульсов (или однократных импульсов), не удастся исследовать визуально при помощи повторяющейся пилообразной развертки.

Чтобы можно было наблюдать короткие импульсы, как периодические, так и непериодические, длительность развертки должна быть несколько больше длительности исследуемого сигнала. Подобные развертки называются *ждушими* или однократными. Генератор ждущей развертки собирается на основе схемы генератора пилообразного напряжения, но он приводится в действие при помощи внешнего запускающего сигнала, под действием которого генератор ждущей развертки создает только один пилообразный импульс. По прекращении действия запускающего сигнала генератор возвращается в состояние покоя до следующего сигнала.

Ждущая развертка характеризуется тем, что скорость изменения пилообразного напряжения можно регулировать совершенно независимо от частоты измеряемого напряжения. Следовательно, отпадает необходимость в синхронизации и создается возможность наблюдать на экране часть исследуемого напряжения. Часто запуск генератора развертки производится самим исследуемым сигналом.

2. ОСНОВНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ОСЦИЛЛОГРАФА

2.1. ОСЦИЛЛОГРАФ-ЧАСТОТОМЕР

2.1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ С ПОМОЩЬЮ ФИГУР ЛИССАЖУ

Определить частоты синусоидального напряжения можно с помощью *наблюдения фигур Лиссажу* на экране осциллографа [2, с. 183–185]. Для этого исследуемый сигнал частоты f_y подается на одну пару пластин Y , а на другую пару пластин X подается напряжение от звукового генератора с частотой f_x . Если частоты f_x и f_y будут относиться как целые числа (например, 1 : 1, 2 : 3, 4 : 5 и т. д.), то изображение получится неподвижным. Подбирая частоту звукового генератора, можно добиться такого положения, чтобы фигура Лиссажу была развернутой (рис. 6). При этом $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$, т. е. линии не сливаются, как при $\Delta\varphi = 0; \pi$.

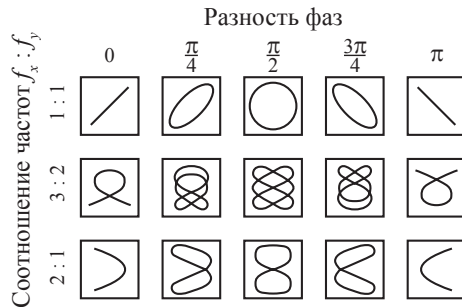


Рис. 6. Вид фигур Лиссажу при различных соотношениях частот и разности фаз

Тогда, если заключить ее в квадрат и посчитать число касаний с вертикальной стороной квадрата и с горизонтальной стороной квадрата, то отношение этих чисел будет равно отношению частот: $\frac{n_x}{n_y} = \frac{f_x}{f_y}$.

Это легко понять из следующих рассуждений. Пусть период, через который ситуация будет повторяться, т. е. луч начнет

двигаться по прежней траектории, равен T (рис. 7). За это время напряжение U_x трижды достигнет максимума, т. е. число касаний к вертикальной линии квадрата будет равно трем ($n_x = 3$), а напряжение U_y дважды достигнет максимума, т. е. число касаний к горизонтальной стороне квадрата будет равно двум ($n_y = 2$). Таким образом, $\frac{f_x}{f_y} = \frac{3}{2}$.

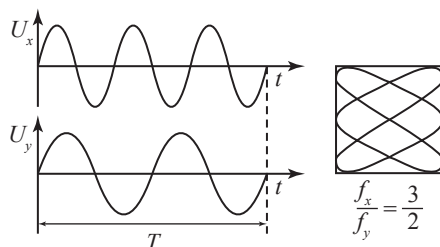


Рис. 7. Временные развертки сигналов U_x и U_y , частоты которых соотносятся как $\frac{f_x}{f_y} = \frac{3}{2}$, и соответствующая им фигура Лиссажу

2.1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗВЕРТКИ

Определить частоту периодических сигналов любой формы можно, используя *непрерывную развертку*. Для этого необходимо на вертикально отклоняющие пластины подать исследуемый сигнал, а на горизонтально отклоняющие пластины — напряжение с генератора развертки и подобрать такую частоту пилообразного напряжения, чтобы на экране получилась осциллограмма (1–2 периода). Для того чтобы она стала неподвижной, нужно подобрать уровень синхронизации. В современных осциллографах имеется переключатель строго калиброванной частоты генератора развертки. Поскольку время движения луча по горизонтали точно равно периоду пилообразного напряжения, ось X можно проградуировать в единицах времени. Используя масштаб «время — деление», указанный на переключателе частоты генератора развертки, измеряют период исследуемого сигнала.

2.2. ОСЦИЛЛОГРАФ-ФАЗОМЕР

2.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВОГО СДВИГА МЕТОДОМ ЭЛЛИПСА

Фаза характеризует состояние гармонического процесса в определенный момент времени. Фазой гармонического колебания $U = U_0 \cos \alpha$ считают аргумент $\alpha = \omega t + \varphi_0$. Здесь U_0 — амплитуда колебаний, ω — круговая частота, равная $2\pi f$, t — время, φ_0 — начальная фаза, характеризующая состояние гармонического осциллятора в момент начала отсчета времени, т. е. при $t = 0$. Из понятия фазы вытекает понятие о сдвиге фаз двух гармонических колебаний одной и той же частоты:

$$\varphi = \alpha_1 - \alpha_2 = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (3)$$

Сдвиг фаз можно определить *методом эллипса*. Если на пластины X подано напряжение $U_x = A \sin \omega t$, а на пластины Y — напряжение той же частоты $U_y = B \sin(\omega t + \varphi)$, то на экране осциллографа получится изображение эллипса (рис. 8).

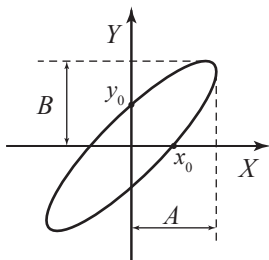


Рис. 8. Результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты во взаимно перпендикулярных направлениях

Для определения точки пересечения этого эллипса с осями координат положим сначала $y = 0$, а потом $x = 0$ в выражении (2). Тогда получим:

$$\sin \varphi = \pm \frac{x_0}{A} = \pm \frac{y_0}{B}. \quad (4)$$

Если отрегулировать усиление по X и по Y так, чтобы $A = B = D$, то получим, что

$$\sin \varphi = \pm \frac{x_0}{D} = \pm \frac{y_0}{D}. \quad (5)$$

Таким образом, по точкам пересечения эллипса с осями координат x_0 и y_0 и максимальному отклонению луча A и B определяют сдвиг фаз между двумя колебаниями одинаковой частоты.

2.2.2. Последовательные RC -цепочки

Два напряжения, сдвинутые по фазе, можно получить с помощью *последовательной RC -цепочки* (рис. 9), состоящей из активного сопротивления R и емкости C .

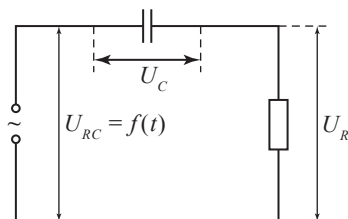


Рис. 9. Последовательная RC -цепочка

Напряжение на емкости U_{0C} всегда отстает по фазе от напряжения на сопротивлении U_{0R} на $\frac{\pi}{2}$, как показано на условной векторной диаграмме (рис. 10), где вектор \vec{U}_{0C} соответствует амплитудному значению напряжения на емкости, а вектор \vec{U}_{0R} — амплитудному значению напряжения на сопротивлении [3, с. 573–581].

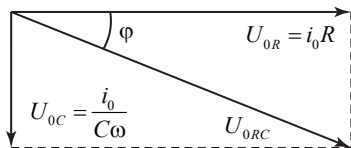


Рис. 10. Векторная диаграмма напряжений на RC -цепочке

Известно, что амплитудное значение напряжения на емкости:

$$U_{0C} = i_0 R_C, \quad (6, a)$$

$$R_C = \frac{1}{C\omega}, \quad (6, б)$$

где C — емкость, ω — круговая частота, i_0 — амплитудное значение тока.

Таким образом, суммарное амплитудное значение напряжения на RC -цепочке равно векторной сумме $\vec{U}_{0C} + \vec{U}_{0R}$, т. е.

$$U_{0RC} = i_0 \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}. \quad (7)$$

Очевидно, это напряжение отстает от напряжения на сопротивлении $U_{0R} = i_0 \cdot R$ на угол φ . Этот фазовый сдвиг определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{RC\omega}. \quad (8)$$

Из соотношения (8) видно, что изменение параметров цепочки приводит к изменению фазового сдвига между напряжением на активном сопротивлении и суммарным напряжением на RC -цепочке.

RC -цепочка может быть использована также для *преобразования формы сигналов* путем интегрирования и дифференцирования импульсов.

Дифференцирующая цепочка

Рассмотрим дифференциальные уравнения для последовательной RC -цепочки. Пусть на RC -цепочку (рис. 9) подано напряжение $U = f(t)$. По закону Кирхгофа,

$$U(t) = U_R + U_C = i(t)R + \frac{q(t)}{C}, \quad (9)$$

где $i(t)$ — ток в цепи, $q(t)$ — заряд на конденсаторе в момент времени t . По определению ток $i = \frac{dq}{dt}$, поэтому уравнение (9) можно записать иначе:

$$U(t) = i(t)R + \frac{\int i(t)dt}{C}. \quad (10)$$

Подберем R и C таким образом, чтобы $U_R \ll U_C$, т. е. сопротивление R было много меньше, чем R_C . В этом случае в уравнении (10) можно пренебречь первым членом, т. е.

$$U(t) = \frac{q(t)}{C}. \quad (11)$$

Теперь найдем, чему будет равно падение напряжения на активном сопротивлении U_R . Для этого продифференцируем уравнение (11):

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dq(t)}{dt} = \frac{1}{C} i. \quad (12)$$

Значит искомое напряжение

$$U_R = iR = CR \cdot \frac{dU}{dt}. \quad (13)$$

Таким образом, напряжение на сопротивлении R пропорционально производной от суммарного напряжения на RC -цепочке. Такая цепочка называется дифференцирующей (рис. 11). Заметим, что из-за неравенства $R \ll R_C$ величина продифференцированного сигнала много меньше величины входного сигнала, т. е. $U_R \ll U(t)$.

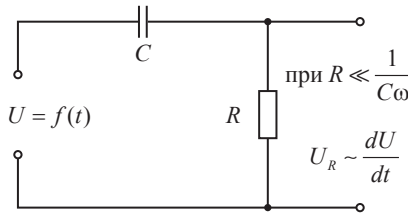


Рис. 11. Дифференцирующая RC -цепочка

Интегрирующая цепочка

Рассмотрим теперь обратное соотношение, т. е. подберем R и C так, чтобы $R \gg R_C$, и рассчитаем, чему равно напряжение на емкости C . В этом случае в уравнении (10) можно пренебречь падением напряжения на емкости C , и оно приобретет вид

$$U(t) = iR. \quad (14)$$

Тогда падение напряжение на емкости U_C будет равняться:

$$U_C = \frac{\int i(t)dt}{C} = \frac{1}{RC} \int U dt. \quad (15)$$

Таким образом, напряжение на емкости C пропорционально интегралу от суммарного напряжения на RC -цепочке. Такая цепочка называется интегрирующей (рис. 12). Обратите внимание, что и в этом случае величина проинтегрированного сигнала много меньше входного сигнала, т. е. $U_C \ll U(t)$.

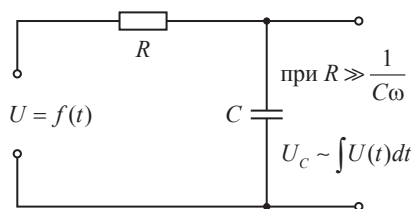


Рис. 12. Интегрирующая RC -цепочка

3. ЗАДАНИЯ

Задание 1. Измерение периода сигналов

Рассмотреть на осциллографе сигналы с генератора ЛЗ1 (прямоугольные, треугольные и синусоидальные импульсы). Измерить период сигналов $T_{\text{осц}}$ на разных диапазонах частот $f_{\text{ЛЗ1}}$ с помощью осциллографа и сравнить его с теоретическим значением $T = 1/f_{\text{ЛЗ1}}$, найденным из показаний генератора ЛЗ1. Результаты занести в табл. 1.

Результаты измерений

Вид импульса	$f_{ЛЗ1}$	$T = 1/f_{ЛЗ1}$	$T_{осц}$

Задание 2. Измерение фазового сдвига методом эллипса

1. Составить схему (рис. 13).

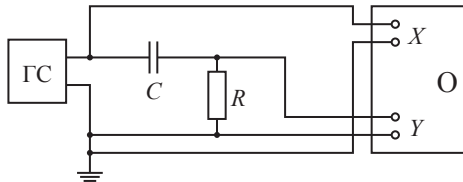


Рис. 13. Схема для изучения сдвига фаз между током и напряжением на RC -цепочке:

ГС — генератор сигналов синусоидальной формы,
 C — магазин емкостей, R — магазин сопротивлений, О — осциллограф

На пластины X подать напряжение от генератора, а на пластины Y — напряжение, пропорциональное току, с активного сопротивления R . На экране осциллографа получается изображение эллипса.

- Увеличивая R , C и ω , убедиться в том, что сдвиг фаз между напряжениями на активном сопротивлении R и на генераторе U_{RC} уменьшается (эллипс превращается в прямую), а при уменьшении R , C и ω — увеличивается, приближаясь к $\frac{\pi}{2}$ (наклон у эллипса исчезает, а при одинаковых напряжениях U_{0X} и U_{0Y} эллипс превращается в окружность).
- Зафиксировать любые два параметра R и C , C и ω или ω и R и в зависимости от изменения третьего параметра измерить сдвиг фаз 3–5 раз, используя формулы (4) или (5). Сравнить полученные значения сдвига фаз со значениями, рассчитанными по формуле (8), при этом стоит иметь в виду выражение $\omega = 2\pi \cdot f$. Результаты представить в табл. 2. Для одного из измерений вычислить погрешности расчетного и экспериментального сдвигов фаз. Сравнить полученные результаты.

Таблица 2

Результаты измерений

R	C	f	$\frac{x_0}{A}$	$\frac{y_0}{B}$	$\arcsin \frac{\frac{x_0}{A} + \frac{y_0}{B}}{2}$	$\arctg \frac{1}{RC\omega}$

Задание 3. Изучение дифференцирующей цепочки

1. Составить дифференцирующую цепочку (рис. 13). В качестве входного сигнала $U(t)$ подать сигнал с генератора импульсов ЛЗ1, а для сравнения с выходным сигналом U_R использовать двухканальный осциллограф. Подать входной и выходной сигналы на 1-й и 2-й каналы осциллографа, включить генератор развертки и пронаблюдать оба сигнала в зависимости от времени t . Подобрать R , C и f так, чтобы сопротивление R_C было в 10–20 раз больше R .
2. Пронаблюдать и зарисовать входные и выходные (продифференцированные) сигналы от треугольного, синусоидального и прямоугольного импульсов в зависимости от времени (в одном масштабе времени). Измерить амплитудные значения напряжения того и другого сигналов. Результаты занести в табл. 3. Сравнить отношение R_C/R с отношением $U_{\text{вх}}/U_{\text{вых}}$ и сделать вывод.

Таблица 3

Результаты измерений

Вид входного и выходного сигналов	Дифференцирование импульсов						
	f	R	C	$\frac{R_C}{R}$	$U_{\text{вх}}$	$U_{\text{вых}}$	$\frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{вых}}}$
Вид входного и выходного сигналов	Интегрирование импульсов						
	f	R	C	$\frac{R}{R_C}$	$U_{\text{вх}}$	$U_{\text{вых}}$	$\frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{вых}}}$

Задание 4. Изучение интегрирующей цепочки

1. Составить интегрирующую цепочку (рис. 14). В качестве входного сигнала U взять генератор импульсов Л-31, а для исследования выходного сигнала U_c осциллограф. Подать входной и выходной сигналы на 1-й и 2-й каналы осциллографа, включить генератор развертки осциллографа и наблюдать оба сигнала в зависимости от времени t . Подобрать соотношение R , C и f так, чтобы сопротивление R_c было в 10–20 раз меньше R .
2. Получить проинтегрированные сигналы от треугольных, синусоидальных и прямоугольных импульсов, зарисовать входные и выходные сигналы. Измерить амплитудные значения напряжения входного и выходного сигналов. Результаты занести в табл. 3. Сравнить отношение R/R_c с отношением $U_{\text{вх}}/U_{\text{вых}}$ и сделать вывод.

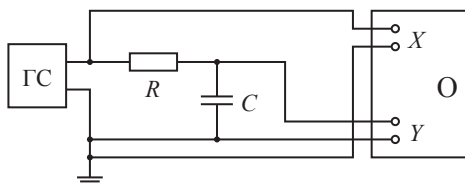


Рис. 14. Схема для исследования проинтегрированных сигналов

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните устройство и принцип работы осциллографа. Для чего в осциллографе нужен блок синхронизации?
2. Для каких целей применяется осциллограф?
3. В чем заключается метод эллипса для измерения фазового сдвига? Чему равен сдвиг фаз между напряжениями на емкости и сопротивлении?
4. Что называется *фигурами Лиссажу*?
5. Как организован процесс наблюдения сигнала в зависимости от времени?
6. Что такое дифференцирующая RC -цепочка?
7. Как можно проинтегрировать сигнал?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Измерение силы, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля

Цель работы: Измерить силу, действующую на проводник с током со стороны магнитного поля в зависимости от величины тока, длины проводника и угла между проводником и вектором индукции магнитного поля.

1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Согласно закону Ампера, на проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила:

$$d\vec{F} = i[d\vec{l} \times \vec{B}], \quad (16)$$

где i — ток в проводнике; $d\vec{l}$ — элемент длины проводника, направление которого совпадает с направлением тока; \vec{B} — индукция магнитного поля, в котором находится элемент $d\vec{l}$.

Направление силы $d\vec{F}$ определяется согласно правилу векторного произведения, а модуль по формуле:

$$dF = i \cdot dl \cdot B \sin \varphi, \quad (17)$$

где φ — угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Если линейный проводник поместить в однородное магнитное поле, то сила будет определяться выражением

$$F = i l B \sin \varphi, \quad (18)$$

где l — длина проводника с током.

2. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛЫ

Магнитное поле создается постоянным магнитом подковообразной формы. Направление магнитной индукции принято считать от северного магнитного полюса N (синий цвет) к южному S (красный цвет).

В пространство между полюсами постоянного магнита помещается горизонтальная сторона рамки, подключенной к датчику силы. Через рамку пропускается постоянный ток от источника

питания. В зависимости от направления тока, согласно правилу векторного произведения, сила будет действовать либо вверх, либо вниз. Вертикальные стороны рамки находятся в неоднородном магнитном поле, но силы, действующие на них, симметричны, направлены горизонтально и компенсируют друг друга.

В качестве датчика силы используются *тензодатчики*, сопротивление которых меняется под действием механического напряжения. Измерительная схема представлена на рис. 15.

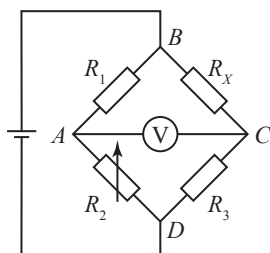


Рис. 15. Схема подключения тензодатчика

Тензодатчик R_x подключается в плечо сбалансированного моста Уитстона (см. примечание). С помощью реостата R_2 производится балансировка моста так, чтобы в отсутствие приложенной силы напряжение AC равнялось нулю. При деформации меняется сопротивление R_x , что ведет к возникновению полезного сигнала — напряжения U_{AC} , которое может быть проградуировано в ньютонах.

Для измерения магнитного поля между полюсами магнита используется тесламетр Ф4354/1. Действие тесламетра основано на использовании *эффекта Холла*. Если полупроводниковый кристалл поместить в магнитное поле B и пропускать в перпендикулярном направлении ток i , то между гранями полупроводника в направлении, перпендикулярном полю и току, возникает так называемая холловская разность потенциалов, равная:

$$U_x = R \frac{Bi}{d}, \quad (19)$$

где R — постоянная Холла, d — размер датчика вдоль поля.

Если в магнитное поле помещен полупроводник *n*-типа, то основные носители заряда (электроны), движущиеся со скоростью \vec{V} в магнитном поле, под действием силы Лоренца $\vec{F} = e[\vec{V} \times \vec{B}]$, отклоняются в определенную сторону поверхности, в результате чего на ней скапливается отрицательный заряд (рис. 16, б). В дырочном же полупроводнике знаки зарядов на поверхностях будут противоположны (рис. 16, а).

Датчик Холла питается от источника постоянного тока, следовательно, через него проходит постоянный ток i . Таким образом, измеряемое напряжение Холла пропорционально индукции B , поэтому существует возможность проградуировать измерительную шкалу непосредственно в единицах измерения индуктивности — теслах.

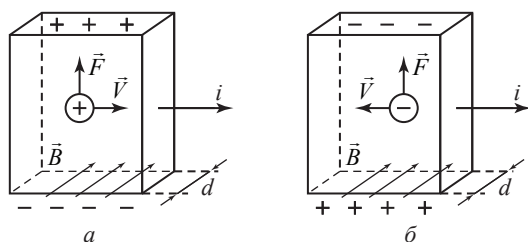


Рис. 16. Схема, поясняющая возникновение разности потенциалов U_X :

а — в полупроводнике *p*-типа; б — в полупроводнике *n*-типа

Примечание

Для измерения силы используется мостовой метод. Мост Уинстона состоит из четырех последовательно соединенных сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 и неизвестного сопротивления R_X (рис. 15). В одну из диагоналей моста между точками *B* и *D* подсоединен источник питания, а в другую диагональ моста — между точками *A* и *C* — вольтметр. По сопротивлениям идут соответственно токи: i_1 , i_2 , i_3 и i_X , а по вольтметру с сопротивлением R_V — ток i_V . Согласно законам Кирхгофа для контуров *ABC* и *ADC*:

$$i_X R_X + i_V R_V - i_1 R_1 = 0,$$

$$i_3 R_3 - i_2 R_2 - i_V R_V = 0.$$

Переменное сопротивление R_2 подбирают таким образом, чтобы потенциалы в точках A и C оказались равны. Тогда ток через вольтметр $i_V = 0$, а токи $i_X = i_3$ и $i_1 = i_2$. Такой мост называется сбалансированным. В этом случае:

$$i_X R_X = i_1 R_1,$$

$$i_3 R_3 = i_2 R_2.$$

Таким образом $R_X = R_3 \frac{R_1}{R_2}$.

Т. е., зная три сопротивления R_1, R_2, R_3 , рассчитывается неизвестное сопротивление R_X .

3. ЗАДАНИЕ

1. Схема измерительной установки представлена на рис. 17. Необходимо измерить индукцию поля между полюсами магнита с помощью датчика Холла, поместив пластинку с кристаллом (датчик тесламетра) поперек поля. Убедиться в однородности поля в пространстве между полюсами магнита.
2. Вставить одну из рамок в датчик силы, разместить под рамкой лист с лимбом, разделенным на градусы, и расположить магнит так, чтобы поле было направлено перпендикулярно плоскости рамки.

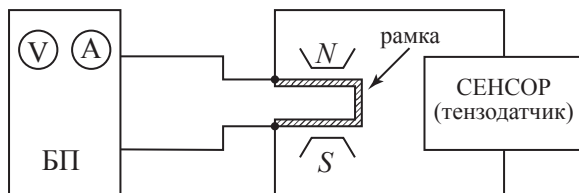


Рис. 17. Схема для измерения силы Ампера:

БП — блок питания со встроенными амперметром и вольтметром;
 N, S — полюса постоянного магнита

3. Подать небольшое напряжение 0,2 В на блоке питания и, постепенно увеличивая ток (не более чем до 16 А), измерить зависимость силы Ампера от тока. Измерить силу

5 раз при одном и том же токе и взять среднее. Результаты измерений занести в табл. 4 и построить график зависимости силы Ампера от тока.

Таблица 4

**Зависимость силы Ампера от тока
в проводнике при $\varphi = 0$, $l = \dots$**

i , А	F , мН					$\langle F \rangle$, мН
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	

4. Поворачивая магнит через 30° , получить зависимость силы Ампера от угла поворота (в диапазоне от 0 до 360°). Результаты измерений занести в табл. 5. Построить график зависимости силы Ампера от угла поворота магнита.

Таблица 5

**Зависимость силы Ампера от угла φ
при заданном токе $i = \dots$, $l = \dots$**

φ	F , мН					$\langle F \rangle$, мН
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	

5. Установить лимб в положение, когда сила максимальна, и при одном и том же токе (ток выбирать в промежутке от 10 до 15 А), вставляя различные рамки, измерить зависимость силы от длины проводника. Результаты измерений занести в табл. 6. Построить график зависимости силы Ампера от длины проводника.

Таблица 6

**Зависимость силы Ампера
от длины проводника при $i = \dots$ и $\varphi = \dots$**

l , см	F , мН					$\langle F \rangle$, мН
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	

Примечание

Перед сменой рамки необходимо отключить источник тока и, вставив рамку, обнулить показания тензодатчика. Только после этого можно включать ток.

4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать погрешность силы для одного из токов на графике $F(i)$ и обозначить ее на графике.
2. Рассчитать случайную погрешность силы для одной точки на графике $F(l)$ и обозначить ее на графике.
3. Рассчитать индукцию B из графиков $F(i)$ и $F(l)$ и сравнить ее с величиной B , измеренной тесламетром.
4. Обсудить результаты работы, полученные графики и сделать вывод.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит закон Ампера?
2. Изложите методику определения силы Ампера в данной работе. Что такое тензодатчик?
3. Что такое *эффект Холла*?
4. Как эффект Холла может быть использован для измерения магнитного поля?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Измерение удельного заряда электрона «методом магнетрона»

Цель работы:

1. Изучить движение электрона при суперпозиции постоянных электрического и магнитного полей.
2. Измерить зависимость анодного тока от индукции магнитного поля при различных анодных напряжениях и рассчитать удельный заряд электрона.
3. Оценить погрешности измерения.

1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Отношение заряда электрона к его массе называют еще удельным зарядом электрона. Это одна из фундаментальных физических констант. В настоящей работе отношение e/m для электрона определяется при помощи метода, получившего название «метод магнетрона» [4, с. 233]. Это название связано с тем, что применяемая в работе конфигурация электрического и магнитного полей аналогична полям в магнетроне — генераторе электромагнитных колебаний в области сверхвысоких частот.

В работе используется двухэлектродная лампа с коаксиальными цилиндрическим анодом А и катодом К (рис. 18). Нить накала лампы (катод) расположена вдоль цилиндрического анода так, что электрическое поле направлено по радиусу. Лампа помещается внутри соленоида, создающего магнитное поле вдоль оси Z параллельно катоду.

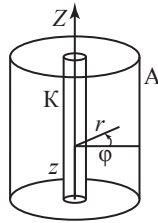


Рис. 18. Схема устройства двухэлектродной лампы

Со стороны электрического поля на электрон действует сила

$$\vec{F} = e\vec{E}, \quad (20)$$

под действием которой он движется вдоль радиуса к аноду.

Со стороны магнитного поля на электрон действует сила Лоренца

$$\vec{F} = e[\vec{V} \times \vec{B}]. \quad (21)$$

Эта сила всегда перпендикулярна скорости электрона, поэтому его траектория искривляется (рис. 19).

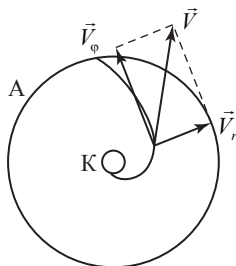


Рис. 19. Разложение скорости электронов на составляющие в межэлектродном пространстве

Рассмотрим траекторию электронов при данной конфигурации полей. Для вычисления воспользуемся цилиндрической системой координат, т. е. будем характеризовать положение точки расстоянием от оси цилиндра r , полярным углом ϕ и смещением вдоль оси Z (рис. 18). Рассмотрим проекции сил (20), (21) на направление радиуса F_r , на направление, перпендикулярное радиусу F_ϕ , и на направление вдоль катода F_z .

Напряженность электрического поля имеет только радиальную составляющую и определяется формулой

$$E_r = -\frac{U_a}{r} \ln \frac{r_a}{r_k}, \quad (22)$$

где U_a — анодное напряжение, r_a — радиус анода, r_k — радиус катода, r — расстояние до исследуемой точки. Следовательно, со стороны электрического поля на электрон действует сила

$$F_{r\text{эл}} = eE_r, \quad (23)$$

Все остальные компоненты электрических сил в радиальном поле равны нулю

$$F_{z\text{эл}} = F_{\phi\text{эл}} = 0. \quad (24)$$

Рассмотрим теперь силы, действующие на электрон со стороны магнитного поля. Поскольку магнитное поле в нашем случае направлено по оси Z , проекция силы Лоренца на ось Z

$$F_{Z\text{ маг}} = 0. \quad (25)$$

Для нахождения двух других составляющих силы, F_r и F_ϕ , разложим скорость электрона на составляющие вдоль радиуса и перпендикулярно к нему (рис. 19). Согласно формуле Лоренца (21), составляющие вдоль этих направлений равны:

$$\begin{aligned} F_{\phi\text{ маг}} &= -eV_r B \\ F_{r\text{ маг}} &= eV_\phi B. \end{aligned} \quad (26)$$

Из простых кинематических соображений ясно, что

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{dr}{dt} \\ V_\phi &= r \dot{\phi} = r \frac{d\phi}{dt}. \end{aligned} \quad (27)$$

Поскольку вдоль оси Z силы не действуют, движение вдоль Z является равномерным.

Движение в плоскости удобно описывать с помощью уравнения моментов:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \quad (28)$$

где L_z — момент импульса электрона вдоль оси Z , равный $J\dot{\phi}$, M_z — проекция момента силы Лоренца на ось Z . J — момент инерции электрона относительно оси Z , равный mr^2 , а величина M_z равна rF_ϕ . С помощью (26) найдем

$$M_z = -eV_r B \cdot r. \quad (29)$$

Подставляя (29) и (27) в (28), найдем:

$$\frac{d}{dt} \left(mr^2 \dot{\phi} \right) = -eBr \frac{dr}{dt} = -\frac{1}{2} eB \frac{d(r^2)}{dt}. \quad (30)$$

Интегрируя уравнение (30) и учитывая, что заряд электрона отрицателен, получаем:

$$r^2 \dot{\varphi} + A = \frac{|e|Br^2}{2m}, \quad (31)$$

где A — постоянная интегрирования, которую следует определить из начальных условий. В начале движения радиус r равен радиусу катода, т. е. очень мал. Правая часть (31) и первый член его левой части тоже очень малы (заметим, кроме того, что электроны вылетают из катода с небольшой скоростью, так что $\dot{\varphi}$ в начальный момент времени также мало). Поэтому с высокой точностью можно предполагать, что:

$$A = 0. \quad (32)$$

Уравнение (31) приобретает при этом простой вид:

$$\dot{\varphi} = \frac{|e|B}{2m}. \quad (33)$$

Рассмотрим теперь движение электрона вдоль радиуса. Работа сил электрического поля, совершаемая при перемещении электрона от катода до точки с потенциалом U , равна

$$W = |e|U = \frac{mV^2}{2}. \quad (34)$$

С помощью (27) и (33) найдем

$$eU = \frac{m}{2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \left(\frac{|e|Br}{2m} \right)^2 \right]. \quad (35)$$

Уравнение (35) полностью определяет радиальное движение электрона.

Рассмотрим теперь траекторию электронов, вылетевших с катода при потенциале анода U_a . В отсутствие магнитного поля

(рис. 20) траектория электронов прямолинейна и направлена вдоль радиуса. При слабом поле траектория несколько искривляется, но электроны все же попадают на анод. При некотором критическом значении индукции магнитного поля $B_{кр}$ электроны уже не достигают поверхности анода. $B_{кр}$ нетрудно найти с помощью (35), заметив, что в этом случае радиальная составляющая скорости электрона $\frac{dr}{dt}$ при $r = r_a$ обращается в ноль. Тогда

$$U_a = \frac{|e| B_{кр}^2 r_a^2}{8m}. \quad (36)$$

Преобразуя (36), найдем

$$\frac{|e|}{m} = \frac{8U_a}{B_{кр}^2 r_a^2}. \quad (37)$$

Формула (37) позволяет вычислить e/m , если при заданном U_a найдено такое значение магнитного поля (или наоборот, при заданном значении B такое значение U_a), при котором электроны перестают попадать на анод.

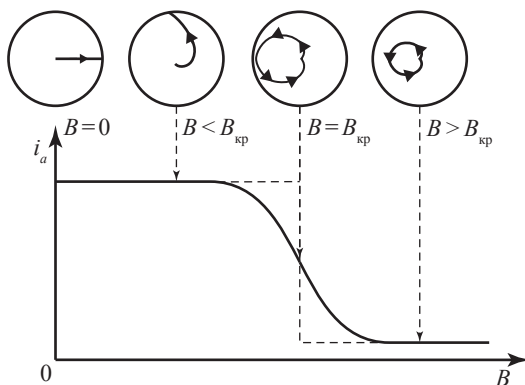


Рис. 20. Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля

При наиболее строгом расчете, если учесть, что радиус катода не равен нулю, можно получить более точную формулу:

$$\frac{|e|}{m} = \frac{8U_a}{B_{\text{кр}}^2 r_a^2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2}\right)^2}. \quad (38)$$

До сих пор мы предполагали, что все электроны покидают катод со скоростью, точно равной нулю. Как следует из (37), в этом случае при $B < B_{\text{кр}}$ все электроны без исключения попадали бы на анод, а при $B > B_{\text{кр}}$ все они возвращались бы в околоскатодное пространство, не достигнув анода. Анодный ток изменялся бы при этом с увеличением индукции магнитного поля так, как это изображено на рис. 20 пунктирной линией.

На самом деле электроны, испускаемые нагретым катодом, обладают различными начальными скоростями. Критические условия достигаются при этом для разных электронов при различных значениях B . Кривая $i_a = i_a(B)$ приобретает вследствие этого на рис. 20 вид сплошной линии.

Заметим, кроме того, что невозможно обеспечить полную коаксиальность анода и катода, и в реальных условиях вектор индукции магнитного поля всегда несколько наклонен по отношению к катоду. Все эти причины приводят к тому, что кривая имеет дополнительное сглаживание. В хорошо собранной установке перелом функции $i_a = i_a(B)$ остается достаточно резким и может быть использован для измерения e/m .

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

В качестве магнетрона используется лампа диод 2Ц2С или пентод 6Ж20П. У пентода в качестве цилиндрического анода используется управляющая сетка. Параметры лампы указаны на установке. Лампа помещена в соленоид так, чтобы оси катода и анода совпадали с осью соленоида. Соленоид С, в котором создается магнитное поле, питается от выпрямителя ВСА-5К (рис. 21). Перед включением прибора ручку «Режим работы» поставить в положение «1 ст.» (первая ступень), а регулятор напряжения

в крайнее левое положение. После этого прибор включить в сеть 220 В. Плавно увеличивать ток, вращая регулятор напряжения вправо, по часовой стрелке, до упора, затем переключить ручку «Режим работы» в положение «2 ст.» и продолжать увеличивать ток, вращая регулятор напряжения влево, против часовой стрелки. Перед выключением прибора необходимо вывести напряжение до нуля, т. е. переключить ручку «Режим работы» в положение «1 ст.», а регулятор напряжения поставить в крайнее левое положение.

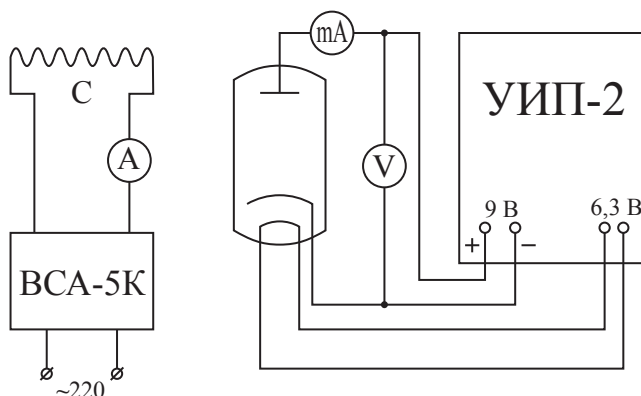


Рис. 21. Схема установки:

электронная лампа, ВСА-5К — выпрямитель с регулятором напряжения, А — амперметр, С — соленоид, mA — миллиамперметр, V — вольтметр, УИП-2 — блок питания для электронной лампы

Питание лампы осуществляется от универсального источника питания УИП-2 или ЛИПСа. Напряжение измеряется либо вольтметром, встроенным в прибор, либо внешним вольтметром более высокого класса.

Нить накала питается от отдельного источника.

Определение e/m данным методом сводится к определению критической индукции $B_{кр}$. Для этого необходимо снять несколько статических характеристик магнетрона при различных анодных напряжениях.

3. ЗАДАНИЕ

1. При постоянном токе накала и постоянной разности потенциалов между катодом и анодом U_a измерить зависимость анодного тока i_a от силы тока в соленоиде i_c (плавно меняя силу тока в соленоиде от нуля до максимально допустимого значения). Прodelать измерения для трех значений U_a , заданных преподавателем. Данные занести в табл. 7.

Таблица 7

Зависимость анодного тока от тока в соленоиде при $U_a = \text{const}$

$U_{a1} = \dots$		$U_{a2} = \dots$		$U_{a3} = \dots$	
i_c, A	i_a, mA	i_c, A	i_a, mA	i_c, A	i_a, mA

2. Построить графики зависимости анодного тока от силы тока в соленоиде для заданных значений U_a . Из каждого графика найти значение $i_{\text{кр}}$, соответствующее критической индукции. За величину критического поля принять поле, соответствующее середине или точке перегиба крутого участка характеристики (рис. 20). Индукцию $B_{\text{кр}}$ рассчитать по формуле

$$B_{\text{кр}} = k i_{\text{кр}}, \quad (39)$$

где k — постоянная соленоида, равная 0,02 Тл/А.

3. Для каждого значения U_a рассчитать величину удельного заряда электрона по формуле (38). Параметры r_a и r_k , входящие в формулу, указаны на установке. Рассчитать среднее значение удельного заряда электрона.
4. Произвести оценку погрешности измерений.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие силы действуют на электроны, движущиеся в электрическом и магнитном полях? Как они направлены?
2. Как найти индукцию магнитного поля в соленоиде?

3. Что такое *критическая индукция* и как ее определить?
4. Какие упрощения сделаны при выводе формулы для e/m ?
5. При каком условии в уравнении движения (35) появляется критическая индукция $B_{кр}$?

5. ТВОРЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Как будет выглядеть характеристика магнетрона, если снять зависимость $i_a = f(U_a)$ при постоянном магнитном поле?
2. Как изменится характеристика магнетрона $i_a = f(B)$ при постоянном анодном напряжении, если увеличить ток накала?
3. Оцените приблизительно, сколько времени движется электрон от катода к аноду?
4. Можно ли в данном опыте питать соленоид от сети переменного тока без выпрямителя?
5. Предложите способ, как можно определить константу k в формуле $B = ki$.

Заключение

Тема 1 данного учебно-методического пособия предлагает студентам базовые представления о взаимодействии электронов с магнитными и электрическими полями. Их достаточно для дальнейшего самостоятельного знакомства с электронными приборами и техническими устройствами. Крайне важным среди них, помимо представленного в пособии электронного осциллографа, является *электронный микроскоп*. Наблюдение объектов с использованием электронного пучка вместо оптических волн¹ позволяет преодолеть дифракционный барьер последних и достичь атомарного разрешения изображения. Помимо этого, анализ взаимодействия пучка электронов с исследуемым веществом (электронными оболочками атомов, магнитными доменами и т. д.) способен

¹ В силу корпускулярно-волнового дуализма пучок электронов следует рассматривать как пучок частиц и пакет волн одновременно.

установить его элементный и фазовый состав, ориентации магнитных доменов, и мн. др. Таким образом, структурные исследования вещества без использования электронного микроскопа в современных исследованиях практически не мыслятся. Для самостоятельного изучения возможностей и принципов электронной микроскопии мы рекомендуем читателям обратиться к изданиям [5; 6].

Отметим также, что электронные осциллографы на данный момент встречаются в основном в учебных лабораториях, заслужив репутацию наглядных для студентов приборов. Большая же часть научно-исследовательских лабораторий оборудована *цифровыми осциллографами*, технические характеристики которых превосходят таковые у электронных осциллографов наряду с более широким набором функций. К их достоинствам относятся: высокая точность измерений; широкая полоса пропускания сигналов; автоматические средства измерения параметров сигнала; возможность математической и статистической обработки сигналов (например, встроенные быстрые преобразования Фурье) и др. Знакомство с особенностями технического устройства цифровых приборов ожидает студентов на третьем курсе в рамках дисциплины «Физическая электроника» с прохождением соответствующего физического практикума. Для самостоятельного изучения данной тематики мы рекомендуем читателям издания [7; 8].

Тема 2

ИЗУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛУПРОВОДНИКОВ И СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ

Успехи в микроэлектронике, вычислительной технике и многих других сферах современного информационного общества обязаны бурному развитию физики полупроводников. Иметь базовые представления в этой области важно для студента любого физического или инженерного направления, что и ставится целью данного раздела. В первых двух разделах предлагается ознакомиться с основами физики полупроводников: перечислены базовые физические понятия и свойства, представлены элементы зонной теории, приводится описание р-п-перехода и полупроводникового диода. Подготовку к выполнению конкретной лабораторной работы требуется начинать именно с прочтения данной общей теоретической части.

Возникновение разности потенциалов в полупроводниковом образце при его внесении в магнитное поле называется эффектом Холла. Измерение разности потенциалов в зависимости от напряженности магнитного поля способно дать много информации о свойствах полупроводника: определяется знак основных носителей заряда, их концентрация и подвижность. Изучению эффекта Холла и эффекта магнетосопротивления посвящена лабораторная работа № 4.

В лабораторной работе № 5 рассматриваются полупроводниковые диоды различных видов. В ходе ее выполнения студенты учатся измерять и анализировать вольт-амперные характеристики, которые определяют свойства диодов. Логическим продолжением знакомства с полупроводниковыми устройствами является работа

№ 6, которая посвящена изучению биполярного транзистора как усилителя слабых сигналов.

Изучению физических свойств сегнетоэлектриков отведена отдельная лабораторная работа № 7, в которой студентам предлагается измерить зависимости диэлектрической проницаемости образцов от напряженности электрического поля, кривые поляризации и петлю гистерезиса.

2.1. Краткие сведения о полупроводниках

Полупроводниковыми называются твердые тела, которые при $T = 0$ К являются диэлектриками, но тепловое возбуждение обуславливает в них заметную проводимость. Полупроводники занимают по электропроводности промежуточное место между металлами (удельное сопротивление 10^{-6} – 10^{-8} Ом · м) и диэлектриками (10^8 – 10^{10} Ом · м). Характерной особенностью полупроводников, отличающей их от металлов, является резкое возрастание электропроводности с ростом температуры, причем, как правило, в широком интервале температур этот рост происходит по экспоненциальному закону:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_0}{kT}}, \quad (40)$$

где E_0 — энергетический параметр, смысл которого будет более подробно разъясняться ниже, σ_0 — коэффициент, слабо зависящий от температуры, k — постоянная Больцмана.

Формула (40) отражает особенности энергетической структуры полупроводников. Известно, что валентные электроны в полупроводнике связаны с ядрами энергией связи порядка E_0 [9]. С повышением температуры тепловое движение разрывает связи электронов со своими ядрами, и часть их, пропорциональная $\exp\left[-\frac{E_0}{kT}\right]$ (больцмановское распределение частиц по энергиям при заданной температуре), может осуществлять перенос заряда.

«Отрывают» валентные электроны от ядер не только тепловые флуктуации, но и другие внешние воздействия: облучение светом или потоком быстрых частиц, сильное электрическое поле и т. п. Поэтому для полупроводников характерна высокая чувствительность электропроводности к внешним воздействиям, а также к содержанию примесей и дефектов в кристаллах, поскольку во многих случаях энергия для электронов, локализованных вблизи примесей или дефектов, существенно иная, чем в идеальном кристалле данного полупроводника. Возможность в широких пределах управлять электропроводностью полупроводников посредством изменения температуры, введения примесей и т. д. является основой их многочисленных и разнообразных применений.

Все вещества, обладающие полупроводниковыми свойствами, можно разделить на две большие группы: элементарные полупроводники, в состав которых входят атомы только одного химического элемента, и полупроводниковые соединения, состоящие из двух и более элементов [9]. В группу элементарных полупроводников входят 12 химических элементов, которые занимают область в середине таблицы Менделеева (рис. 22).

группы периоды	II	III	IV	V	VI	VII	
2	⁴ Be	⁵ B	⁶ C				
3		¹³ Al	¹⁴ Si	¹⁵ P	¹⁶ S	¹⁷ Cl	
4		³¹ Ga	³² Ge	³³ As	³⁴ Se	³⁵ Br	
5		⁴⁹ In	⁵⁰ Sn	⁵¹ Sb	⁵² Te	⁵³ I	⁵⁴ Xe
6			⁸² Pb	⁸³ Bi	⁸⁴ Po	⁸⁵ At	

Рис. 22. Группа элементарных полупроводников

Группа полупроводниковых соединений гораздо более многочисленная и включает как органические, так и неорганические соединения. В качестве примера можно привести соединения элементов 3-й группы с элементами 5-й (GaAs, InSb, InP); соединения элементов 4-й и 6-й групп (PbS, SeTe, GeTe). Большинство полупроводников являются кристаллическими твердыми телами, хотя известны и жидкие полупроводники (например, сплавы HgSe, HgTe, Sb₂Cl) и твердые аморфные полупроводники (например, халькогенидные стекла As₃₁Ge₃₀Se₂₁Te₁₈).

Аморфные полупроводники обладают рядом интересных свойств и интенсивно исследуются в настоящее время. Мы ограничимся рассмотрением только кристаллических полупроводников.

Начнем изучение электрических свойств полупроводников с основ *зонной теории твердых тел*. Как известно, энергия каждого электрона в свободном атоме может принимать определенный дискретный набор значений, называемый энергетическим спектром атома (рис. 23, а) [10]. В твердом теле атомы уже не являются свободными и вследствие взаимодействия атомов энергетические уровни электронов расщепляются. Вместо отдельного энергетического уровня в твердом теле, содержащем N взаимодействующих атомов, возникает N близко расположенных друг от друга энергетических уровней, которые образуют энергетическую зону. В кристаллах спектр электронов имеет зонный характер (рис. 23, б).

Разрешенные энергетические зоны (1, 2, 3, 4...) разделены областями запрещенных значений энергии электронов Δ . Ширина *запрещенных зон* соизмерима с шириной разрешенных зон. С увеличением энергии ширина разрешенных зон возрастает, а запрещенных убывает.

Разрешенные энергетические зоны могут быть различным образом заполнены электронами. Наивысший занятый при $T = 0$ К уровень называется *уровнем Ферми* данного кристалла. Электроны могут переходить из одной разрешенной зоны в другую, для чего им нужно сообщить энергию, равную ширине запрещенной зоны, расположенной между ними.

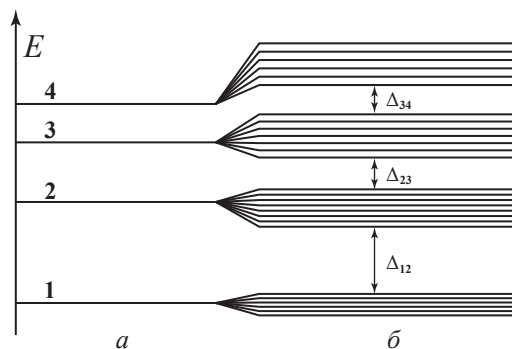


Рис. 23. Схема расположения энергетических уровней:

a — у изолированного атома; b — у кристалла

Различия в электрических свойствах твердых тел объясняются в зонной теории разным заполнением электронами разрешенных энергетических зон и шириной запрещенных зон.

На одном энергетическом уровне внутри зоны, согласно принципу Паули, может находиться не более двух электронов одновременно. Валентные электроны в кристалле имеют энергии, лежащие внутри зоны, которую принято называть *валентной зоной*. Именно характер заполнения электронами валентной зоны позволяет разделить кристаллы на проводники и диэлектрики. Может реализоваться два случая: 1) валентная зона заполнена не полностью; 2) валентная зона заполнена полностью.

Первый тип заполнения валентной зоны характерен для металла. Уровень Ферми в этом случае всегда лежит внутри валентной зоны. Если металл поместить в электрическое поле, то оно будет ускорять валентные электроны, слабо связанные с ядром. Таким образом, электрон получает от электрического поля энергию и переходит на уровень, лежащий выше уровня Ферми. Такой переход легко осуществим, поскольку энергия, получаемая от поля, порядка 10^{-4} – 10^{-8} эВ, достаточна для перехода на вышележащий пустой уровень (между уровнями внутри зоны $\approx 10^{-10}$ эВ). Первая, не до конца заполненная зона в кристалле

носит название *зоны проводимости*. В металле зона проводимости совпадает с валентной зоной.

Второй тип заполнения валентной зоны характерен для диэлектрика. Уровень Ферми совпадает с потолком валентной зоны. Зона проводимости в диэлектрике пуста и отделена от валентной зоны запрещенной полосой. Ширина запрещенной зоны имеет энергию порядка нескольких электрон-вольт. При повышении температуры часть электронов приобретает нужную энергию и может участвовать в создании тока проводимости. Значит, чем шире интервал запрещенных энергий, тем более хорошим диэлектриком является данное вещество.

В полупроводниках пустая зона проводимости при $T = 0$ К отделена от целиком заполненной валентной зоны сравнительно узкой запрещенной зоной, до сотых долей эВ, называемой энергетической щелью ΔE . Достаточно небольшого повышения температуры, чтобы такой кристалл начал проводить (конечно, не так хорошо, как металл) электрический ток. По статистике Больцмана, число электронов n , переходящих при данной температуре в зону проводимости, растет с температурой по экспоненте:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\Delta E}{kT}}. \quad (41)$$

Значит и электропроводность, которая пропорциональна числу электронов в зоне проводимости, должна расти с температурой по экспоненте, причем энергетический параметр E_0 , введенный в (40), имеет смысл ширины запрещенной зоны. Строго говоря, ширина запрещенной зоны также меняется с изменением температуры, поэтому зависимость электросопротивления от температуры не является строго экспоненциальной, что находит отражение в зависимости от температуры коэффициента σ_0 в формуле (40).

Переход электрона в зону проводимости означает, что в валентной зоне кристалла появляется вакантный энергетический уровень. Этот уровень получил название дырочного уровня или просто «дырки»; на освободившееся место может переместиться

другой электрон, что равносильно перемещению положительного заряда, равного заряду электрона. При приложении к такому кристаллу электрического поля ток в кристалле образуется не только за счет электронов в зоне проводимости, но и за счет перемещения дырок в валентной зоне. Динамика электрона на дырочном уровне, как свидетельствуют законы квантовой механики, точно такая же, как у положительного заряда, равного заряду электрона. В металлах при перемещении электронов дырки не возникают, так как электроны остаются в пределах зоны проводимости.

Во внешнем электрическом поле электроны во всей массе полупроводника движутся в сторону, противоположную направлению вектора напряженности внешнего электрического поля \vec{E} , а положительные дырки — в направлении \vec{E} . Поэтому плотность тока \vec{j} складывается из плотности тока электронов \vec{j}_n и плотности тока дырок \vec{j}_p . По определению плотность тока равна количеству электричества, протекающего через единицу поверхности в единицу времени.

Таким образом,

$$\vec{j} = en_n\vec{V}_n + en_p\vec{V}_p, \quad (42)$$

где e — заряд электрона, n_n и n_p — концентрации электронов и дырок, V_n и V_p — средние скорости движения по кристаллу электронов и дырок соответственно. Известно, что средняя скорость движения пропорциональна напряженности поля \vec{E} :

$$\vec{V} = \mu \cdot \vec{E}. \quad (43)$$

Коэффициент пропорциональности μ называется *подвижностью* носителей. Отсюда видно, что при равенстве концентраций дырок и электронов

$$\vec{j} = en \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot \vec{E}. \quad (44)$$

С другой стороны, по закону Ома

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (45)$$

где σ — удельная проводимость (электропроводность).

Таким образом,

$$\sigma = en \cdot (\mu_n + \mu_p). \quad (46)$$

Концентрация электронов и дырок определяется динамическим равновесием двух конкурирующих процессов: образованием свободных носителей и рекомбинацией, при которой свободный электрон возвращается в связанное состояние. Для германия подвижность электронов при комнатной температуре $0,39 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$, а для кремния — $0,135 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$.

Электроны и дырки, которые образуются в результате перехода части электронов из валентной зоны в зону проводимости, называются *собственными носителями*, а проводимость, обусловленная ими, — *собственной проводимостью*.

Обратимся теперь к элементарным полупроводникам, в которых имеются примеси. Наличие местных примесей и дефектов в кристалле полупроводника изменяет зонную структуру кристалла, концентрацию электронов и дырок, их подвижность и, следовательно, влияет на величину электропроводности. С помощью специально подобранной примеси можно существенно изменить концентрацию одного из носителей.

Рассмотрим примесную проводимость на конкретном примере кремниевого полупроводника. На рис. 24 изображена двумерная модель кристалла кремния. Каждый атом Si ковалентно связан с четырьмя ближайшими соседями. Ширина щели у кремния достаточно велика (1,1 эВ), поэтому при обычных температурах концентрация электронов в зоне проводимости очень мала, а значит, мала и электропроводность. Если же кремний легировать атомами 5-й группы периодической таблицы (P, As, Sb), то получится твердый раствор, т. е. атомы кремния замещаются атомами примеси (рис. 24). При этом четыре из пяти валентных электронов в примеси заполняют валентные связи с четырьмя соседними атомами, а пятый окажется «лишним». Этот «лишний» электрон будет очень слабо связан со своим атомом. Такой электрон

находится на примесном уровне, который расположен всего на несколько сотых эВ ниже дна зоны проводимости полупроводника (рис. 25, *a*). Для него энергия ΔE_d , необходимая для перехода в зону проводимости, существенно меньше ΔE . Благодаря этому при высоких температурах концентрация электронов, отдаваемых примесными атомами в зону проводимости, значительно превосходит концентрацию собственных носителей, и проводимость полупроводника определяется примесными носителями (примесная проводимость).

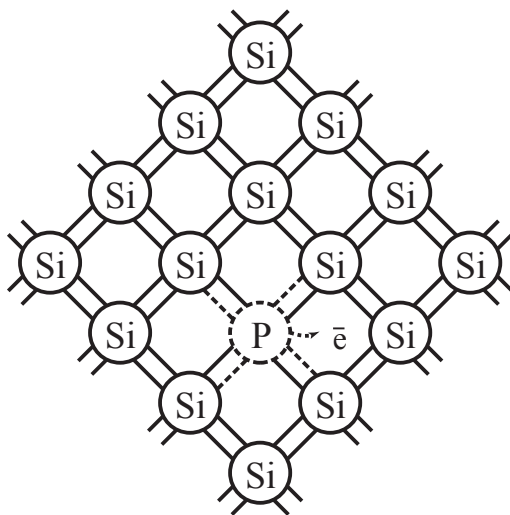


Рис. 24. Двумерная модель полупроводника на основе Si с примесью фосфора (P)

Атомы примеси, которые отдают свой электрон в зону проводимости, называются *донорами*, а получившийся кристалл — **полупроводником n-типа**, или **электронным полупроводником**.

Если же четырехвалентный атом Si замещен атомом 3-й группы периодической системы (например, B), то трехвалентных электронов атома примеси не хватает для заполнения валентных связей с соседними атомами. На место этой незаполненной связи может перескочить электрон от атома кремния Si. Этот

переход порождает дырку. На описанной выше энергетической картине уровней этому соответствует переход электрона из заполненной валентной зоны кристалла Si на локальный уровень примеси (рис. 25, б). На такой же переход требуется энергия $\Delta E_d < \Delta E$. Атомы таких примесей называются *акцепторами*, а полученный полупроводник — *дырочным*, или *полупроводником p-типа*.



Рис. 25. Зонная структура примесного полупроводника:

а — электронного; б — дырочного

2.2. Электронно-дырочный переход

Если два полупроводника с различным типом проводимости привести в соприкосновение, то вблизи границы образуется область с особыми электрическими свойствами — электронно-дырочный (или p-n) переход. Рассмотрим подробнее явления, протекающие в зоне p-n-перехода. В кристалле p-типа основными носителями заряда являются дырки, неосновными — электроны, которые образуются за счет собственных атомов кристалла. В кристалле n-типа основными носителями заряда являются электроны, неосновными — дырки. Оба кристалла электрически нейтральны. Уровень Ферми в рассматриваемых кристаллах находится на разной высоте: вблизи потолка запрещенной зоны в n-кристалле и вблизи ее дна в p-кристалле (рис. 25). Если кристаллы привести в контакт, то уровень Ферми устанавливается на одинаковой

высоте. Это приводит к тому, что энергетические зоны в обоих кристаллах смещаются друг относительно друга и в области контакта образуется потенциальный барьер (рис. 26).

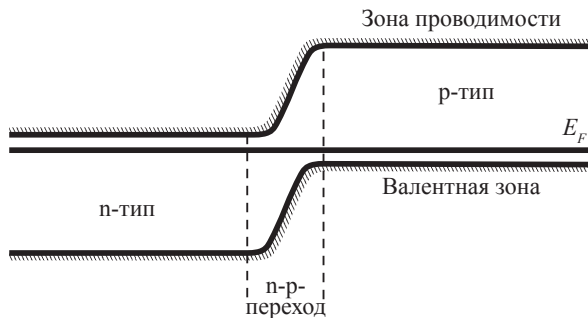


Рис. 26. Образование потенциального барьера на границе p-n-перехода

Кристалл n-полупроводника можно рассматривать как остов из положительных ионов с подвижными электронами, а p-полупроводника — как остов из отрицательных ионов с подвижными дырками.

Возникновение контактного слоя и образование потенциального барьера происходит в результате следующих процессов. При создании контакта за счет разности концентраций электронов и дырок справа и слева от границы возникает диффузионный поток электронов из n-кристалла в p-кристалл и поток дырок в обратном направлении (рис. 27). Попадая в p-полупроводник вследствие диффузии, электроны рекомбинируют с находящимися там дырками, и, следовательно, в приграничной области *bc* в p-полупроводнике уменьшается число дырок, а за счет отрицательно заряженного ионного остова создается отрицательный заряд. Напротив, в n-полупроводнике в области *ab* наблюдается противоположная картина: приходящие дырки тоже рекомбинируют со свободными электронами, а за счет положительно заряженного остова создается положительный заряд. В результате образуется двойной электрический слой толщиной *l*, сильно обедненный свободными носителями. Он создает контактное

электрическое поле \vec{E}_{n-p} , которое препятствует дальнейшему встречному движению электронов и дырок и вызывает противоположные потоки зарядов (например, электрон, продиффундировавший в р-область, может быть выброшен полем \vec{E}_{n-p} обратно в п-область). Диффузия электрических зарядов и действие на них электрического поля приводят к установлению равновесного состояния, при котором суммарный ток через границу равен нулю. Приконтактная область обладает большим электросопротивлением, так как концентрация свободных носителей заряда в ней очень мала. Эта приконтактная область и является р-п-переходом.

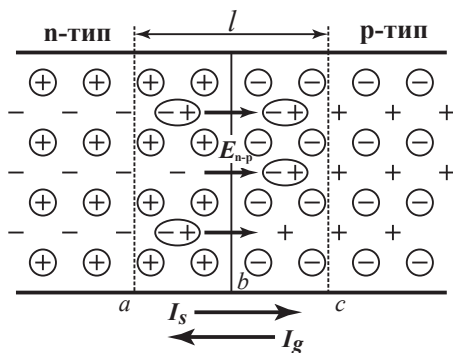


Рис. 27. Образование двойного электрического слоя при контакте полупроводников разных типов:

кругами выделены положительные и отрицательные ионы;
электроны и дырки обозначены знаком «-» и «+» (без выделения кругом);
овалами — рекомбинированные пары

Через потенциальный барьер ϕ могут пройти только те носители заряда, энергия которых больше его высоты. Их число определяется уже знакомой нам формулой Больцмана:

$$n_1 = n_0 \cdot e^{-\frac{\phi}{kT}} \quad (47)$$

(n_0 — концентрация электронов в n-полупроводнике). Из р-полупроводника через двойной электрический слой пройдет

$p_1 = p_0 \cdot e^{-\frac{\varphi}{kT}}$ дырок. Движение основных носителей создает *диффузионный ток* I_g .

Этот ток экспоненциально зависит от температуры. Неосновные носители заряда потенциального барьера не встречают. Поток неосновных носителей создает дрейфовый ток I_s , величина которого определяется концентрацией неосновных носителей и, следовательно, тоже зависит от температуры. В отличие от диффузионного, дрейфовый поток от величины приконтактной разности потенциалов не зависит. В условиях равновесия $I_g = I_s$.

При включении контактирующих n- и p-полупроводников во внешнюю электрическую цепь так, как показано на рис. 28, а, внешнее электрическое поле, усиливая поле контактного слоя, вызовет движение электронов в n-полупроводнике и дырок в p-полупроводнике в противоположные стороны от контакта. Толщина запирающего слоя и его сопротивление будут возрастать. Такое направление внешнего электрического поля называется запирающим, или контактным.

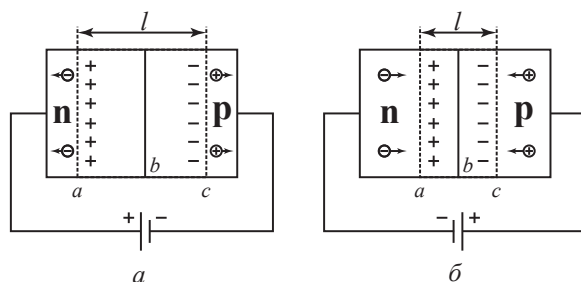


Рис. 28. Влияние внешнего электрического поля на ширину p-n-перехода (стрелками обозначены направления движения дырок и электронов под действием внешнего поля):

- а — включение p-n-перехода в обратном направлении;
- б — включение p-n-перехода в прямом направлении

Потенциальный барьер увеличивается еще на величину qU , где U — внешнее напряжение. Диффузионный ток при этом

уменьшается, так как уменьшается число носителей, которые смогут преодолеть новый потенциальный барьер:

$$n'_1 = n_0 \cdot e^{-\frac{\Phi + qU}{kT}}, \quad p'_1 = p_0 \cdot e^{-\frac{\Phi + qU}{kT}}. \quad (48)$$

Дрейфовый ток при этом останется практически неизменным; равновесие нарушается, и через р-п-переход пойдет слабый *обратный ток*:

$$I = I_g - I_s. \quad (49)$$

При увеличении обратного напряжения U диффузионный ток исчезает: $I_g \rightarrow 0$; обратный ток при этом слабо возрастает. Обратный ток должен быть невелик, так как он обусловлен преимущественно неосновными носителями.

Если изменить полярность внешнего напряжения (рис. 28, б), то внешнее электрическое поле будет направлено противоположно полю двойного слоя. Встречное движение электронов и дырок, перемещающихся под действием внешнего поля из глубины полупроводников к области р-п-перехода, увеличивает число подвижных носителей на контакте. Толщина и сопротивление контактного слоя при этом уменьшаются.

Потенциальный барьер понижается на величину qU , что увеличивает (при неизменной температуре) число основных носителей, способных его преодолеть,

$$n''_1 = n_0 \cdot e^{-\frac{\Phi - qU}{kT}}, \quad p''_1 = p_0 \cdot e^{-\frac{\Phi - qU}{kT}}. \quad (50)$$

Прямой ток с ростом внешнего напряжения растет экспоненциально. Такое включение р-п-перехода называется *прямым*.

На рис. 29 схематически изображена вольт-амперная характеристика — зависимость тока через р-п-переход от приложенного внешнего напряжения. Резкое увеличение тока при повышении обратного напряжения выше некоторого значения $U_{\text{п}}$ соответствует области пробоя.

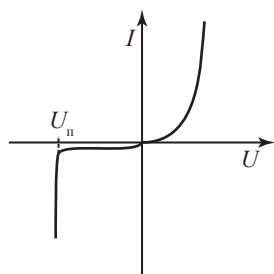


Рис. 29. Вольт-амперная характеристика p-n-перехода

Более подробно это явление рассматривается ниже в описании работы № 5. Из приведенного графика видно, что за исключением области пробоя p-n-переход обладает свойством односторонней проводимости. Вентильное действие p-n-перехода аналогично выпрямляющему действию двухэлектродной лампы-диода, и поэтому полупроводниковые устройства, содержащие один p-n-переход, называют *полупроводниковыми диодами*.

В заключение хотелось бы сказать несколько слов о вкладе русских и советских ученых в развитие теории полупроводников и экспериментальные исследования их замечательных свойств. Активно изучать электрические свойства полупроводников начали примерно с середины XIX в. В конце XIX в. А. Т. Столетовым был открыт фотоэлектрический эффект — основа современных фотоэлементов и фотосопротивлений. В 1900 г. изобретатель радио А. С. Попов использовал для приема сигналов нелинейные свойства контакта металла с полупроводником. Первый патент на полупроводниковый сульфидный выпрямитель был выдан русскому изобретателю П. Павловскому в 1906 г.

Дальнейшее развитие теоретических и экспериментальных исследований полупроводников в нашей стране связано с именами академиков А. Ф. Иоффе, Л. Д. Ландау, Б. И. Давыдова, Ф. Ф. Волькенштейна, Ж. И. Алферова (лауреата Нобелевской премии за развитие полупроводниковых гетероструктур для высокоскоростной оптоэлектроники) и мн. др.

Полупроводники вошли в науку и технику сравнительно недавно: в 1920-е гг. созданы первые полупроводниковые фотоэлементы, а первый полупроводниковый транзистор появился в 1948 г. Сейчас уже трудно назвать такую отрасль техники, где бы не применялись те или иные полупроводниковые приборы. Интерес к полупроводникам не убывает, и это стимулирует интенсивные экспериментальные и теоретические исследования.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Исследование электрических и гальваномагнитных свойств полупроводников

Цели работы:

1. Измерить сопротивление полупроводника и рассчитать его электропроводность.
2. Измерить ЭДС Холла в полупроводнике, рассчитать постоянную Холла, концентрацию и подвижность носителей.
3. Измерить магнетосопротивление.
4. Сравнить измеренные свойства полупроводников с аналогичными данными типичных проводников, взятыми из таблиц.

1.1. Эффект Холла

Эффект Холла заключается в следующем: если проводник, по которому протекает ток, поместить в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока, то в направлении, перпендикулярном плоскости, в которой лежат векторы плотности тока и индукции магнитного поля, возникает разность потенциалов (рис. 30).

Это явление носит название эффекта Холла [11, с. 325]. Опыт показывает, что величина этой разности потенциалов может быть рассчитана по формуле

$$U_{\text{Холла}} = \varphi_M - \varphi_N = R \cdot \frac{iB}{d}, \quad (51)$$

где R — постоянная Холла, B — индукция магнитного поля, i — ток, протекающий через образец, d — размер образца в направлении индукции магнитного поля.

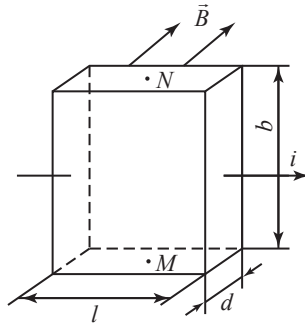


Рис. 30. Образец для наблюдения эффекта Холла

Возникновение холловской разности потенциалов обусловлено тем, что движущиеся заряды под влиянием магнитного поля отклоняются и скапливаются у нижней поверхности образца (или у верхней поверхности, в зависимости от взаимного направления тока и поля). Отклонение этих зарядов будет происходить до тех пор, пока электрическое поле, обусловленное этими зарядами, не скомпенсирует действие внешнего магнитного поля.

Формула (51) для разности потенциалов может быть получена теоретически, исходя из представлений классической электронной теории. Действительно, сила Лоренца, действующая на движущиеся заряды в магнитном поле, равна:

$$\vec{f}_1 = e[\vec{V} \times \vec{B}], \quad (52)$$

где \vec{V} — средняя скорость направленного движения электрических зарядов; e — заряд частицы.

Напряженность электрического поля, вызванная появлением разности потенциалов $\varphi_M - \varphi_N$, будет равна

$$E = \frac{\varphi_M - \varphi_N}{b}, \quad (53)$$

где b — высота образца (рис. 30).

Со стороны этого электрического поля на заряд будет действовать сила f_2 , равная

$$\vec{f}_2 = e\vec{E}. \quad (54)$$

В состоянии равновесия силы (52) и (54) численно равны и, следовательно,

$$eE = e \frac{\Phi_M - \Phi_N}{b} = e\langle V \rangle B. \quad (55)$$

Величину средней скорости $\langle V \rangle$ можно получить, используя понятие силы тока i . С одной стороны, по определению плотности тока

$$j = \frac{i}{S}, \quad (56)$$

где S — поперечное сечение проводника, в нашем случае $S = b \cdot d$ (рис. 30).

С другой стороны, согласно (42), если считать, что в полупроводнике носители только одного типа движутся со скоростью $\langle V \rangle$, плотность тока равна

$$j = ne\langle V \rangle, \quad (57)$$

где n — концентрация носителей тока, e — заряд носителей тока, $\langle V \rangle$ — средняя скорость носителей тока.

Сравнивая (56) и (57), получаем

$$\langle V \rangle = \frac{i}{bdne}. \quad (58)$$

Подставив это значение $\langle V \rangle$ в равенство (55), получим для холловской разности потенциалов выражение:

$$U_{\text{Холла}} = \Phi_M - \Phi_N = \frac{iB}{ned}. \quad (59)$$

Сравнивая его с эмпирической формулой (51), получаем, что постоянная Холла R равна

$$R = \frac{1}{ne}. \quad (60)$$

Таким образом, измерив постоянную Холла, можно определить концентрацию носителей заряда n и их знак (если $R > 0$, то заряд носителей положителен, и наоборот).

Как уже упоминалось выше (46), в величину удельной электропроводности входит произведение ne . Определяя одновременно σ и R , можно узнать также подвижность носителей заряда. Так, из (46) и (60) следует, что

$$R\sigma = \mu. \quad (61)$$

Приведенные нами рассуждения усложняются, если в твердом теле имеются носители различного типа. Например, в так называемых собственных полупроводниках (к ним относятся, например, чистые, беспримесные германий и кремний) носителями тока являются электроны (заряд $-e$) и дырки (заряд $+e$) с разными подвижностями и почти одинаковыми концентрациями. Однако в металлах и в примесных полупроводниках число носителей одного знака несравнимо больше числа носителей другого знака. Так, в полупроводниках n -типа концентрация электронов много больше концентрации дырок, а в полупроводниках p -типа наоборот. В этих случаях можно, не делая большой ошибки, вообще пренебречь существованием «неосновных» носителей и пользоваться вышеприведенными формулами (60) и (61).

1.2. ЭФФЕКТ МАГНЕТОСОПРОТИВЛЕНИЯ

Изменение электрического сопротивления твердых проводников под действием магнитного поля называют эффектом магнетосопротивления [9; 11]. Различают продольный (когда $i \parallel B$) и поперечный ($i \perp B$) эффекты. Причина этого явления — искривление

траекторий носителей тока под действием магнитного поля. Мерой этого эффекта считают величину:

$$\alpha = \frac{\Delta\rho}{\rho}, \quad (62)$$

где ρ — удельное сопротивление в отсутствие поля, $\Delta\rho$ — изменение сопротивления после включения поля.

Искривление траектории приводит к тому, что носители заряда вдоль проводника проходят в единицу времени меньший путь. Тем самым ток уменьшается, т. е. сопротивление увеличивается. Относительное поперечное изменение сопротивления

$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{\perp}$ при комнатных температурах мало: у хороших металлов

$\alpha \approx 10^{-4}$ при $B \approx 1$ Тл, у полупроводников обычно $10^{-4} < \alpha < 10$. Эта величина существенно зависит от концентрации примесей и температуры. При достаточно слабых полях, когда радиус кривизны траектории много больше длины свободного пробега электрона

$r = \frac{mV}{eB} \gg \lambda$, справедливо выражение

$$\alpha = A\mu^2 B^2, \quad (63)$$

где A — коэффициент пропорциональности, μ — подвижность, B — индукция магнитного поля.

В сильных полях (т. е. когда $\lambda > r$, что достигается не только увеличением индукции B , но и понижением температуры, так как при этом увеличивается λ) можно наблюдать сильную анизотропию эффекта в зависимости от угла между \vec{j} (плотностью тока) и \vec{B} . Подробные исследования в этой области позволяют определить форму *поверхности Ферми*.

Вещества, дающие большой эффект магнетосопротивления (у висмута $\frac{\Delta\rho}{\rho} \approx 2\%$, у чистого германия $\frac{\Delta\rho}{\rho} \approx 3\%$), могут использоваться в качестве чувствительных элементов в приборах для измерения магнитных полей.

В 2007 г. *Альберт Ферт* (Франция) и *Петер Грюнберг* (Германия) получили Нобелевскую премию за открытие *гигантского магнетосопротивления*, достигающего значений порядка 80 %. Этот эффект был достигнут в многослойных пленках путем подбора правильной комбинации тонких ферромагнитных и парамагнитных слоев. Еще одна разновидность — *туннельное магнетосопротивление*, которое реализуется, если в схожей многослойной ферромагнитной структуре сделаны тонкие диэлектрические прослойки. Электроны туннелируют через них во время протекания тока в гетероструктуре. Оба эффекта нашли широкое практическое применение в системах магнитной записи информации (определение ориентации магнитного момента отдельных битов), а также в качестве датчиков магнитного поля.

На данный момент получен *колоссальный эффект магнетосопротивления* на основе манганатов со структурой перовскита, достигающий значений 1300 %. Работы интенсивно продолжаются, в том числе исследования магнетосопротивления гранулированных микропроводов.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Электропроводность полупроводника рассчитывается по обычной формуле

$$\sigma = \frac{l}{r_x S}, \quad (64)$$

где r_x — сопротивление между точками 1 и 2 (рис. 31); S — поперечное сечение (в нашем случае bd); l — длина полупроводника.

Общая схема для измерений электрических величин изображена на рис. 31.

В случае малых образцов измерять сопротивление обычным мостовым методом не рекомендуется. При этом методе измерений трудно исключить влияние сопротивления контактов, которые могут даже превышать сопротивление самого образца. Для исключения влияния сопротивления контактов измерение сопротивления проводится компенсационным методом.

В случае компенсационного метода измерение сопротивления сводится к измерению падения напряжения на эталонном r_3 и исследуемом сопротивлении r_x , которые соединены последовательно (рис. 31).

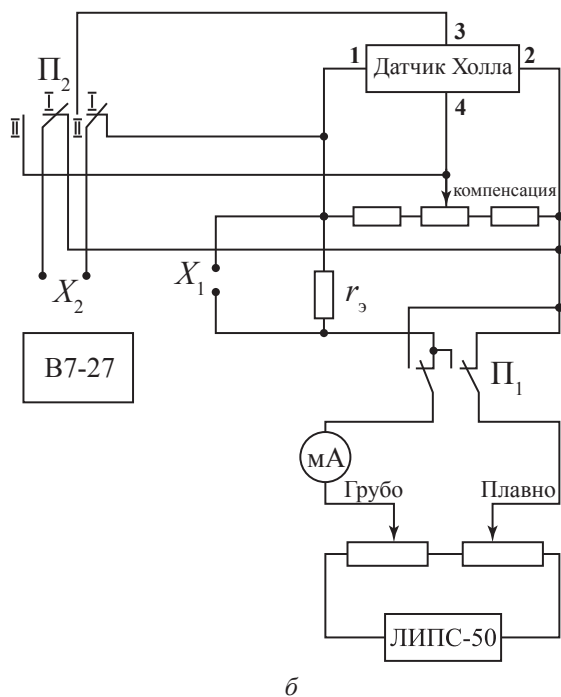
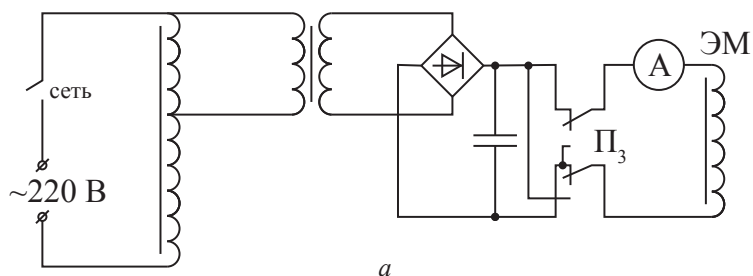


Рис. 31. Схема установки:

а — схема питания электромагнита; б — измерительная схема

Величина измеряемого сопротивления в этом случае будет равна

$$r_x = r_3 \frac{U_x}{U_3}, \quad (65)$$

где U_x и U_3 — падения напряжения, измеренные на сопротивлениях r_x и r_3 .

Формула (65) будет справедливой в том случае, если ток в цепи сопротивлений будет постоянным. Следить за постоянством тока можно непосредственно по миллиамперметру. Для более строгого контроля рекомендуется проверять постоянство силы тока по измерениям падения напряжения на r_x и r_3 . Для этого после двух измерений U_x и U_3 снова проводят измерение U_x , и если оно не совпадает с первым, то следует повторить измерения.

Питание компенсационной схемы и регулировка тока осуществляются от внешнего универсального источника питания ЛИПС-50 с помощью встроенных в стенд потенциометрически включенных сопротивлений (ручки «Грубо» и «Плавно»). Ток через образец и эталонное сопротивление измеряется миллиамперметром.

При изготовлении образцов для измерения эффекта Холла положение контактов 3 и 4 холловских электродов должно быть таким, чтобы они находились на эквипотенциальной линии. Практически трудно припаять электроды точно на эту линию, поэтому при прохождении тока через образец между точками 3 и 4 будет существовать разность потенциалов даже при отсутствии внешнего магнитного поля. Наличие этой паразитной ЭДС, обусловленной асимметрией электродов, крайне нежелательно, так как при включении магнитного поля разность потенциалов между контактами 3 и 4 будет изменяться не только за счет эффекта Холла, но и за счет этой паразитной ЭДС.

Чтобы убедиться в отсутствии паразитной ЭДС, необходимо при определенном токе через образец в отсутствие магнитного поля переключить тумблер Π_2 в положение II и с помощью

высокоомного вольтметра В7-27 убедиться, что разность потенциалов на холловских электродах равна нулю. Если это не так, то вспомогательным потенциометром «компенсация» добиваются отсутствия паразитной ЭДС.

Магнитное поле создается в электромагните ЭМ. ЭМ питается через выпрямитель, на который подается напряжение с понижающего трансформатора. Первичная обмотка этого трансформатора является нагрузкой автотрансформатора, следовательно, напряжение на ней можно регулировать от 0 до 250 В. Тумблер «сеть» и переключатель Π_3 , который служит для изменения направления тока через электромагнит, выведены на лицевую сторону стенда.

Ток через электромагнит измеряется амперметром А, а величина индукции магнитного поля в зазоре ЭМ определяется из градуировочного графика.

Измерительная схема и схема питания электромагнита смонтированы в одном стенде. Измерительные приборы вынесены на стол.

3. ЗАДАНИЕ

1. Измерить сопротивление датчика Холла r_x (65). Для этого измерить падение напряжения U_x на датчике между точками 1–2 и U_3 на эталонном сопротивлении r_3 высокоомным вольтметром (переключатель Π_2 должен стоять в положении I).

Для измерения падения напряжения на датчике нужно проводники от клемм X_2 подсоединить непосредственно к вольтметру. Соответственно, для измерения падения напряжения U_3 на эталонном сопротивлении к вольтметру нужно подать напряжение с клемм X_1 . Рекомендуемый ток — до 15 мА.

2. Перед измерением эффекта Холла при отключенном магнитном поле скомпенсировать паразитную ЭДС, установив максимальный ток через образец 15 мА.
3. Измерить ЭДС Холла в зависимости от тока в образце при постоянной индукции магнитного поля. Рекомендуемые

- значения индукции: $0,3 < B < 0,56$ Тл. Результаты измерений занести в таблицу. Построить график полученной зависимости $U_{\text{Холла}} = f(i)$.
4. Измерить ЭДС Холла в зависимости от индукции магнитного поля при постоянном токе через образец. Рекомендуемый ток через датчик $5 \text{ мА} < i < 15 \text{ мА}$. Результаты измерений занести в таблицу. Построить график полученной зависимости $U_{\text{Холла}} = f(B)$.
 5. Из каждого графика рассчитать постоянную Холла и усреднить результат. Оценить систематическую погрешность постоянной Холла. Для оценки систематической погрешности взять максимальные отклонения величин из данных графиков.
 6. Измерить эффект магнетосопротивления $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ в зависимости от индукции поля. Очевидно, что $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta U_x}{U_x}$, где U_x — падение напряжения на образце без поля, а ΔU_x — разница между напряжением на образце в поле и без поля. Индукцию определяют по градуировочному графику. Ток через образец поддерживать одинаковым по выбору от 10 до 15 мА. Результаты измерений занести в таблицу и изобразить графически $\alpha = f(B^2)$.
 7. Рассчитать удельную проводимость германия и подвижность носителей по формулам (61), (64). Сравнить подвижность носителей в германии с подвижностью в металле. Расчет сделать для любого металла из соображений, что в металле на каждый атом приходится один носитель заряда, т. е. концентрация носителей равна концентрации атомов. Значения плотности, атомной массы и электропроводности взять из таблиц.
 8. Рассчитать, на какое количество атомов германия приходится один носитель заряда.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит *эффект Холла*?
2. Что называется *подвижностью носителей тока*?
3. От чего зависит электропроводность по классической теории?
4. От чего зависит знак постоянной Холла?
5. В чем состоит *эффект магнетосопротивления*?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Изучение работы полупроводниковых выпрямителей

Цели работы:

1. Получить вольт-амперные характеристики двух выпрямительных диодов с базами на основе Si и Ge.
2. Снять вольт-амперную характеристику стабилитрона и описать его параметры.
3. Получить вольт-амперную характеристику туннельного диода и описать его параметры.
4. Измерить зависимость толщины р-п-перехода варикапа от величины обратного напряжения.

1. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ДИОДОВ И ИХ НАЗНАЧЕНИЕ

Полупроводниковым диодом называют полупроводниковый прибор с одним электрическим переходом и двумя выводами [12; 13]. Различные типы полупроводниковых диодов отличаются друг от друга как по своим свойствам и назначению, так и по конструкции. Полупроводниковые диоды бывают плоские и точечные. В плоскостных диодах линейные размеры перехода, определяющие его площадь, значительно больше толщины. В точечных — линейные размеры меньше, чем характеристическая длина, определяющая физические процессы в диоде (например, толщина области пространственного заряда и др.).

Независимо от технологии изготовления, диоды по назначению делятся на следующие основные группы: выпрямительные,

высокочастотные, сверхвысокочастотные, импульсные, стабилитроны, варикапы, туннельные, фотодиоды и светодиоды. Рассмотрим подробнее некоторые из них.

1.1. Выпрямительные (силовые) диоды

Выпрямительным полупроводниковым диодом (рис. 32) называют прибор, предназначенный для преобразования переменного тока в постоянный [12]. Это плоскостные диоды с относительно большой площадью р-п-перехода. Их действие основано на выпрямляющих свойствах р-п-перехода.



Рис. 32. Схематическое обозначение выпрямительного диода.
Стрелка указывает прямое направление тока

В качестве основных материалов для производства силовых диодов используется кремний, германий и селен. Наиболее распространенными являются диоды из кремния, так как они хорошо работают в широком диапазоне температур и имеют низкое значение обратного тока. В то же время прямое напряжение у кремниевых диодов больше, чем у германиевых. Силовые диоды используют для питания всех видов радиоустройств, электролизных ванн, электропечей в металлургии и т. д. Они отличаются от других выпрямительных устройств высоким коэффициентом полезного действия (до 98 %), широким диапазоном мощностей и длительностью службы.

1.2. Стабилитроны

Стабилитроны (рис. 33), или, как их еще называют, опорные диоды, предназначены для стабилизации напряжения питания различных радиотехнических и электронных устройств, схем автоматики. Его стабилизирующее действие основано на использовании электрического пробоя на обратном участке вольт-амперной характеристики (рис. 34). Электрический пробой происходит при

некотором значении обратного напряжения. Ток при этом резко возрастает, а напряжение практически не меняется.



Рис. 33. Схематическое обозначение стабилитрона

Различают электрический и тепловой пробой p-n-перехода. Электрический пробой бывает лавинным и туннельным. *Туннельный пробой* возникает в очень узких p-n-переходах. Сильное электрическое поле создает условие для перехода валентных электронов из p-области непосредственно в зону проводимости n-области вследствие туннельного эффекта. Более подробные сведения о туннельном эффекте приводятся ниже.

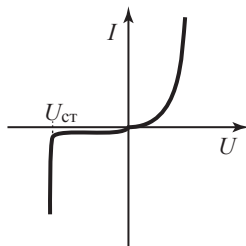


Рис. 34. Вольт-амперная характеристика стабилитрона

Лавинный пробой является результатом ударной ионизации атомов кристалла. При достаточном обратном напряжении носители заряда, попавшие в область p-n-перехода, под действием сильного электрического поля приобретают энергию, достаточную для ударной ионизации атомов. Образовавшиеся новые носители заряда в свою очередь ионизируют атомы, что приводит к лавинообразному нарастанию тока. Лавинный пробой возникает в p-n-переходах, толщина которых больше средней длины свободного пробега носителей между их очередными столкновениями с узлами кристаллической решетки.

Тепловой пробой р-п-перехода наступает в результате нарушения равновесия между теплом, выделяемым в р-п-переходе, и отводимым теплом. В результате нагрева р-п-перехода его сопротивление уменьшается, выделяемая мощность растет, при этом происходит самопроизвольный лавинообразный рост температуры, что приводит к разрушению р-п-перехода.

В низковольтных стабилитронах, изготавливаемых из сильнолегированного кремния, происходит туннельный пробой. Высоковольтные стабилитроны изготавливаются на основе слаболегированного кремния, поэтому их действие основано на лавинном пробое. В германиевых диодах электрический пробой быстро переходит в тепловой. Тепловой пробой не используется для стабилитронов, так как при этом не получается высокой надежности прибора.

Простейшая схема использования стабилитрона для стабилизации постоянного напряжения изображена на рис. 35.

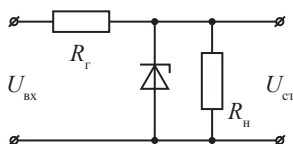


Рис. 35. Схема включения стабилитрона

При увеличении входного напряжения резко уменьшается сопротивление стабилитрона, вследствие чего избыточное напряжение падает на сопротивлении гасящего резистора R_r , а напряжение на стабилитроне и на параллельно включенной нагрузке остается практически неизменным.

Основными параметрами стабилитронов являются:

1. Напряжение стабилизации $U_{ст}$.
2. Дифференциальное сопротивление $r_{ст}$ в области пробоя

$$r_{ст} = \frac{dU}{dI}. \quad (66)$$

Этот параметр характеризует основное свойство стабилитрона. Чем меньше $r_{ст}$, тем лучше осуществляется стабилизация.

3. Максимальный и минимальный токи стабилизации.
4. Температурный коэффициент напряжения

$$\alpha_{\text{ст}} = \frac{\Delta U_{\text{ст}}}{U_{\text{ст}} \cdot \Delta T}, \quad (67)$$

показывающий относительное изменение напряжения стабилизации при изменении температуры окружающей среды на один градус при постоянном значении тока.

1.3. Туннельные диоды

Вольт-амперная характеристика туннельного диода (рис. 36) и его энергетическая диаграмма приведены на рис. 37. Главная ее особенность состоит в наличии максимума на прямом смещении. Это означает, что участок «в — д» характеризуется отрицательным дифференциальным сопротивлением $R_d = \frac{dU}{dI}$. Максимум на вольт-амперной характеристике обусловлен туннельным эффектом, который объясняется лишь в рамках квантовой механики.



Рис. 36. Схематическое обозначение туннельного диода

Под *туннельным эффектом* понимают способность микро-частиц (в данном случае, электронов) преодолевать потенциальный барьер в тех случаях, когда их полная энергия меньше высоты потенциального барьера. Вероятность (P) прохождения частицей с массой μ , энергией W потенциального барьера высотой ϕ и шириной d описывается формулой

$$P \cong \exp \left[-\frac{2}{\hbar} d \sqrt{2\mu(\phi - W)} \right]. \quad (68)$$

В обычных полупроводниковых диодах на монокристаллах концентрация примесей не превышает 10^{17} см^{-3} , толщина d

p-n-перехода составляет примерно 10^{-4} – 10^{-5} см, а напряженность поля в p-n-переходе в отсутствие внешнего напряжения $E = 10^3$ – 10^4 В/см. Для электрона из n-области это поле создает потенциальный барьер $\varphi \approx eEd$, поэтому для перехода в p-область ему нужно сообщить энергию, превышающую этот потенциальный барьер, так как вероятность перехода через барьер ничтожно мала.

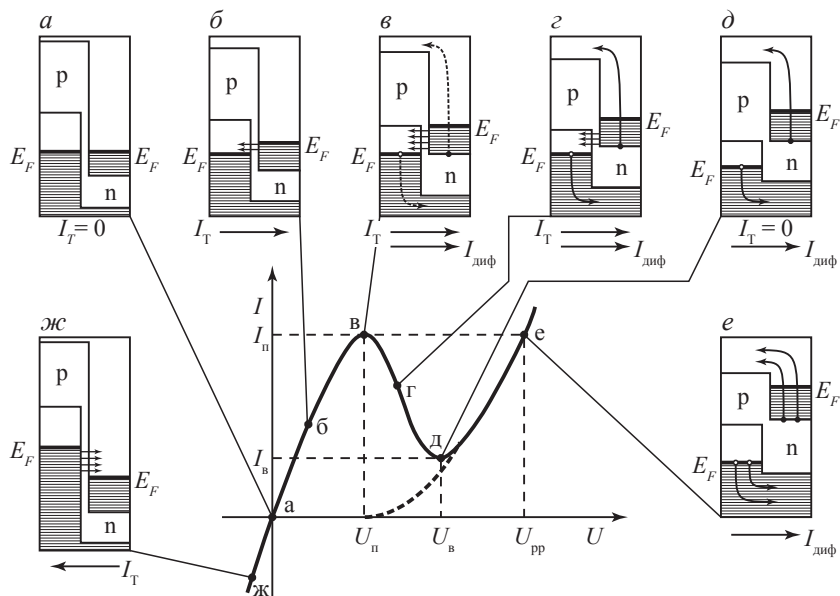


Рис. 37. Энергетические диаграммы туннельного диода при различных напряжениях смещения и его вольт-амперная характеристика

В туннельных диодах применяют легированные полупроводники, содержащие примеси в количестве 10^{18} – 10^{20} см $^{-3}$. Это позволяет уменьшить толщину p-n-перехода до 10^{-6} см, а поле внутри перехода $\left(E = \frac{U}{d}\right)$ увеличивается до 10^5 – 10^6 В/см. При этом сильно изменяется зонная структура. На рис. 37, а ось X — пространственная координата: слева расположен p-полупроводник,

справа — n -полупроводник. По оси ординат отложена энергия. Запрещенные полосы у p - и n -полупроводников сильно сдвинуты относительно друг друга, так что валентная зона p -полупроводника находится напротив зоны проводимости n -полупроводника и они разделены очень узкой щелью. Уровень Ферми находится уже не в запрещенной, а внутри разрешенных зон: у электронного полупроводника он находится в зоне проводимости, а у дырочного — в валентной зоне. Для простоты рассуждений будем считать, что все разрешенные уровни энергии, расположенные ниже уровня Ферми, заполнены, а расположенные выше него — свободны. Если теперь подать небольшое прямое напряжение, уровень Ферми в p -полупроводнике опустится, а в n -полупроводнике поднимется. Таким образом, в валентной зоне p -полупроводника напротив занятых уровней в n -полупроводнике окажутся свободные уровни (рис. 37, б). Чтобы не загромождать чертеж, эти уровни не показаны.

Из-за очень тонкого энергетического барьера электрону проводимости из n -области не обязательно сообщать дополнительную энергию, чтобы перейти в p -область. Появляется значительная вероятность проскочить этот энергетический барьер и попасть на свободный уровень без затраты энергии, а дальше он будет подхвачен внешним электрическим полем и, таким образом, окажется электроном проводимости. По цепи пойдет ток, соответствующий точке «б» на вольт-амперной характеристике. При дальнейшем повышении напряжения еще большее число уровней будет находиться напротив незаполненных уровней валентной зоны, поэтому туннельный ток I_t будет увеличиваться. Когда уровень Ферми в n -области достигнет потолка валентной зоны p -области при напряжении U_n (рис. 37, в), туннельный ток будет максимальным, что будет соответствовать точке «в» на вольт-амперной характеристике. При дальнейшем повышении напряжения уровни n -области будут находиться напротив запрещенной зоны, туннельный ток начнет уменьшаться (рис. 37, г) и будет равным нулю при напряжении U_v , когда все уровни в зоне проводимости окажутся напротив запрещенной зоны p -области (рис. 37, д).

Однако к этому моменту может оказаться не равным нулю обычный диффузионный ток $I_{\text{диф}}$ (на вольт-амперной характеристике он показан штриховой линией), поэтому ток через диод все же пойдет, а при еще большем увеличении напряжения за счет диффузионного тока, как в обычных диодах, кривая резко пойдет вверх (рис. 37, *е*). При обратном напряжении в р-п-переходе (рис. 37, *ж*) смещение уровней Ферми в р- и n-областях происходит противоположным образом, поэтому напротив занятых уровней валентной зоны р-полупроводника оказываются свободные уровни зоны проводимости в n-полупроводнике. При этом возникают условия для туннельного прохождения валентных электронов р-области в зону проводимости n-области. В результате этого появляется значительный туннельный ток обратного направления.

Туннелирование носителей заряда происходит практически безынерционно. Поэтому туннельный диод является быстродействующим прибором. Важнейшие области его применения — генерация и усиление СВЧ-колебаний, а также быстродействующее переключение.

Использование туннельного диода основано главным образом на существовании участка с отрицательным дифференциальным сопротивлением, поэтому основными параметрами являются:

1. Отрицательное дифференциальное сопротивление $R_d = \frac{dU}{dI}$, соответствующее точке перегиба;
2. Пиковый ток $I_{\text{п}}$ — прямой ток в точке максимума вольт-амперной характеристики;
3. Ток впадины $I_{\text{в}}$ — прямой ток в точке минимума вольт-амперной характеристики;
4. Отношение $\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{в}}}$;
5. Пиковое напряжение $U_{\text{п}}$ — прямое напряжение, соответствующее пиковому току;
6. Напряжение впадины $U_{\text{в}}$;
7. Напряжение раствора $U_{\text{рр}}$ — прямое напряжение, большее напряжения впадины, при котором ток равен пиковому.

Лучшими параметрами обладают туннельные диоды с базой из арсенида галлия (GaAs), легированного цинком. Изготавливают также диоды из германия, легированного галлием.

1.4. Варикапы

Варикап (от англ. *variable capacity*) — переменная емкость.

Как видно из рис. 28, р-п-переход можно рассматривать как конденсатор, «обкладками» которого являются области по обеим сторонам границы, а «изолятором» — область пространственного заряда (поскольку в ней мала концентрация свободных носителей, проводимость ее, очевидно, очень мала). При увеличении обратного напряжения область пространственного заряда расширяется (рис. 28), и это можно представить, как увеличение расстояния между «обкладками» конденсатора. Следовательно, емкость такого «конденсатора» будет зависеть от приложенного обратного напряжения, и, измеряя ее, можно судить о том, как изменяется толщина перехода в зависимости от обратного напряжения. Это явление нашло практическое применение, на его основе созданы варикапы (рис. 38) — полупроводниковые диоды, предназначенные для использования в качестве элемента с электрически управляемой емкостью. Варикапы широко используют в схемах с автоматической подстройкой частоты, амплитудной и частотной модуляцией и т. д. Кроме перечисленных выше параметров, в паспортных данных диодов обязательно приводятся предельные характеристики, коэффициенты, определяющие температурную нестабильность, емкость р-п-перехода, а также частотные границы. На этих характеристиках мы не будем останавливаться подробно.



Рис. 38. Схематическое обозначение варикапа

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Изучение выпрямителей из Ge и Si

В данном задании предлагается измерить вольт-амперную характеристику двух диодов (кремниевый и германиевый). Электрическая схема (рис. 39) собрана на стенде. Здесь БП — блоки питания диода в обратном и прямом направлениях соответственно.

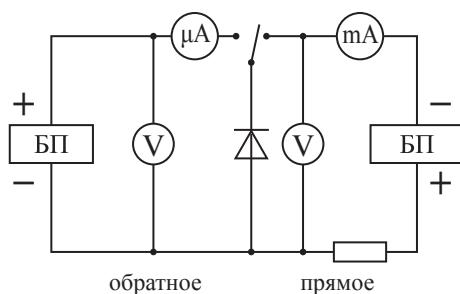


Рис. 39. Схема для измерения характеристик силовых диодов

Обратите внимание на различное расположение амперметра и вольтметра при снятии характеристик в прямом и обратном направлениях.

Принимая во внимание, что сопротивление диода в прямом направлении мало, а в обратном направлении велико, объясните, почему при обратном направлении правильнее измерять суммарное напряжение диода и амперметра, а в прямом направлении только напряжение диода.

Обратите внимание также на разные пределы измерений измерительных приборов в прямом и обратном направлениях.

Ход работы

1. Измерить зависимость силы тока I от напряжения U для кремниевый и германиевый диодов в прямом и обратном направлениях. Результаты измерений занести в табл. 8.

Результаты измерений

Прямое направление				Обратное направление			
Si		Ge		Si		Ge	
U	I	U	I	U	I	U	I

2. Построить на одном графике вольт-амперные характеристики германиевого и кремниевого диодов в прямом и обратном направлениях $I = f(U)$.
3. Сравнить эти характеристики. Обсудить, при каких напряжениях эти диоды можно использовать как выпрямляющие устройства. Представить, как будут выглядеть эти характеристики, если взять одинаковый масштаб в прямом и обратном направлениях. Сравнить контактные разности потенциалов р-п-переходов двух диодов. Обсудить, чем обусловлено различие вольт-амперных характеристик в обратном направлении.

Задание 2. Изучение стабилитрона

Для измерения вольт-амперной характеристики стабилитрона в обратном направлении используется схема, показанная на рис. 40.

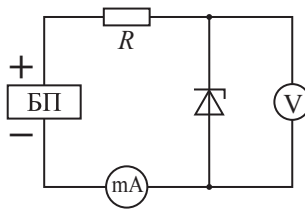


Рис. 40. Схема для измерения характеристики стабилитрона:

БП — блок питания с регулятором напряжения; mA — миллиамперметр (может быть использован универсальный цифровой прибор В7-27).

Перед началом работы установить максимальный предел для измерения тока);

V — вольтметр (может быть использован универсальный прибор Ф480 для измерения постоянного напряжения)

Ход работы

1. Постепенно увеличивая обратное напряжение до максимального, измерить зависимость силы тока I от напряжения U . Более подробно произвести измерения в области стабилизации напряжения. Результаты измерений занести в таблицу.
2. По полученным данным построить график $I = f(U)$. Указать напряжение стабилизации $U_{\text{ст}}$.
3. Рассчитать дифференциальное сопротивление в области пробоя по формуле $r_{\text{ст}} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$.

Задание 3. Изучение туннельного диода

В задании предлагается измерить вольт-амперную характеристику туннельного диода в прямом направлении. Это можно выполнить двумя разными способами.

1. Схема уравновешенного моста

Схема уравновешенного моста представлена на рис. 41, а.

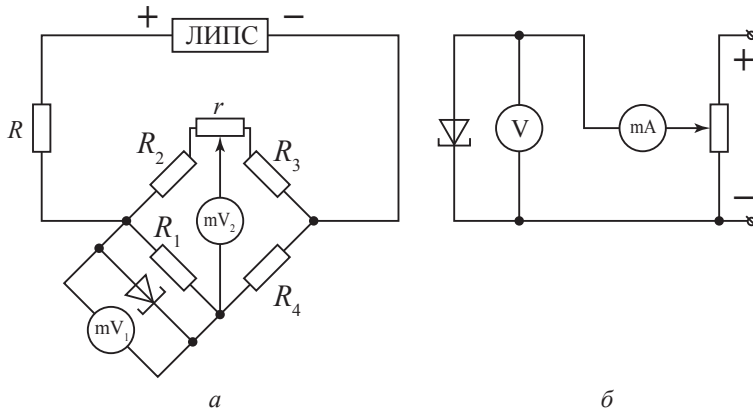


Рис. 41. Электрические схемы для измерения характеристики туннельного диода в прямом направлении:

а — схема уравновешенного моста;
б — схема с непосредственным подключением диода

Здесь плечи моста R_1, R_2, R_3, R_4 вместе с милливольтметром подобраны так, чтобы без туннельного диода мост был уравновешен. Равновесие проверяется по вольтметру mV_2 , включенному в диагональ моста. Если равновесие нарушено, то подстроечным сопротивлением r добиваются равновесия — чтобы милливольтметр mV_2 показывал 0.

Далее подсоединяют туннельный диод параллельно милливольтметру mV_1 (для чего нужно вставить его в соответствующие гнезда) и наблюдают по милливольтметру mV_2 напряжение разбаланса моста U_p .

Из решений уравнений Кирхгофа для данной схемы можно получить, что напряжение разбаланса прямо пропорционально току через диод I_d

$$I_d = \frac{2U_p}{R_1}. \quad (69)$$

Таким образом, для снятия вольт-амперной характеристики напряжение на диоде отсчитывается непосредственно милливольтметром mV_1 , а ток — через напряжение разбаланса U_p .

Электрическая схема (рис. 41, а) собрана на стенде.

В задании необходимо измерить прямую ветвь вольт-амперной характеристики. Для этого:

1. Уравновесить мост с помощью подстроечного сопротивления r в отсутствие туннельного диода при напряжении 1,5 В, а затем понизить напряжение до нуля.
2. Включить в схему туннельный диод; регулятором «Грубо» и «Плавно» на источнике питания подать некоторое напряжение на диод и измерить напряжение разбаланса U_p . Ток через диод вычисляется по приведенной выше формуле (69), $R_1 = 13 \text{ Ом}$.

2. Схема с непосредственным подключением диода

Второй способ измерения вольт-амперной характеристики туннельного диода заключается в его непосредственном подключении в электрическую цепь, упрощенная схема которой представлена на рис. 41, б. Показания снимаются с вольтметра и миллиамперметра, пределы которых указаны на стенде.

Обработка результатов задания 3. Используя один из способов измерений, построить график зависимости $I = f(U)$ и привести основные характеристики: R_d , I_n , I_b , $\frac{I_n}{I_b}$, U_n , U_b , U_{pp} .

Задание 4. Изучение варикапа

В задании предлагается измерить емкость и зависимость толщины р-п-перехода от обратного напряжения варикапа. Емкость такого конденсатора можно измерить самым простым способом — измеряя емкостное сопротивление. Для этого нужно подать на него малое напряжение с известной частотой и измерить ток. Переменное напряжение должно быть обязательно малым по сравнению с постоянным обратным напряжением, иначе мы не сможем сказать, какому обратному напряжению соответствует измеренная емкость (переменное напряжение, складываясь с постоянным, тоже изменяет емкость).

Поскольку при указанном выше способе измерения всегда есть риск сделать ошибку из-за малого обратного тока, то в работе используется другой способ: исследуемый р-п-переход включается как добавочная емкость в колебательный контур генератора высокочастотных колебаний (рис. 42) и измеряется частота этих колебаний, которая, естественно, зависит от величины емкости перехода. Известно, что резонансная частота колебательного контура равна

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (70)$$

где L — индуктивность, а C — суммарная емкость, подключенная параллельно катушке. Генератор вырабатывает колебания, частота которых равна резонансной частоте контура.

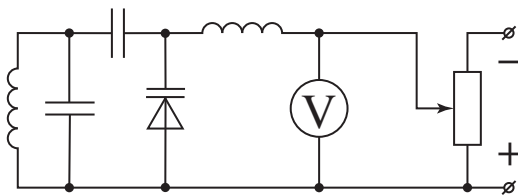


Рис. 42. Схема для измерения емкости р-п-перехода

В стенде собран такой генератор (рис. 42), причем амплитуда напряжения, подаваемого на измеряемую емкость, меньше 0,2 В. Когда к клеммам измерительной схемы не присоединена никакая емкость, частота генерации определяется индуктивностью и собственными емкостями генератора. Если к клеммам подключить дополнительный конденсатор, то частота уменьшится. Определить неизвестную емкость можно методом замещения, т. е. подобрав другой конденсатор известной емкости так, чтобы изменения частоты в обоих случаях были одинаковыми.

Ход работы

1. Используя несколько конденсаторов известной емкости, снять зависимость частоты f от емкости добавочного конденсатора C . Отсчет вести от частоты, соответствующей отсутствию конденсатора на клеммах. Результаты измерений занести в табл. 9.

Таблица 9

**Зависимость частоты колебательного контура
от емкости добавочного конденсатора**

C	
f	

2. Построить градуировочный график, т. е. график зависимости частоты контура от емкости добавочного конденсатора.
3. Подключить к клеммам исследуемый варикап и снять зависимость частоты генератора f от обратного напряжения на переходе U . Удобнее снимать эту зависимость при уменьшении обратного напряжения, а не при увеличении. Результаты измерений занести в табл. 10.

Таблица 10

Результаты измерений

U	f	C	$1/C$

4. С помощью градуировочного графика по частоте контура с варикапом определить емкость C р-п-перехода и данные занести в табл. 10.
5. Построить график зависимости емкости р-п-перехода от величины обратного напряжения $C = f(U)$.
6. Считая толщину р-п-перехода d как расстояние между пластинами плоского конденсатора $d \sim \frac{1}{C}$, построить график зависимости $\frac{1}{C} = f(U)$ и сделать вывод, согласуется ли эта зависимость с теоретическими представлениями о распределении зарядов в переходе и их поведении при изменении обратного напряжения.

3. Контрольные вопросы

1. Перечислите известные вам типы диодов и укажите их назначение.
2. Объясните принцип действия выпрямителя.
3. Почему р-п-переход имеет емкость и как она зависит от внешнего напряжения?
4. Объясните принцип действия стабилитрона.
5. Что такое *туннельный диод*? Объясните появление максимума на вольт-амперной характеристике.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Изучение работы транзистора

Цели работы:

1. Изучение устройства транзистора.
2. Изучение транзистора как усилителя малых сигналов.
3. Измерение основных физических характеристик транзистора.

1.1. Устройство транзистора

Плоскостной триод, или транзистор, представляет собой полупроводниковый прибор, состоящий из трех областей с чередующимися типами электропроводности [13]. Триод может

осуществлять усиление и генерирование электрических сигналов и выполняет ряд других функций. Различают два типа плоскостных полупроводниковых транзисторов: р-п-р и п-р-п, различающихся последовательностью чередования в монокристалле областей с различным типом проводимости (рис. 43).

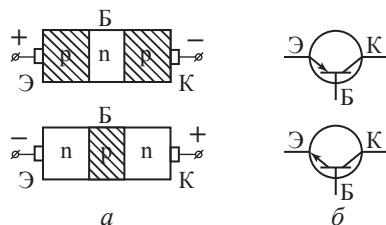


Рис. 43. Изображение транзисторов:
а — схематическое; б — условное

Область транзистора, расположенная между электронно-дырочными переходами, называется *базой*. Та область, основным назначением которой является инжекция² носителей в базу, называется *эмиттером*, а область, куда носители переходят из базы, — *коллектором*. Схема устройства германиевого р-п-р-транзистора приведена на рис. 44.

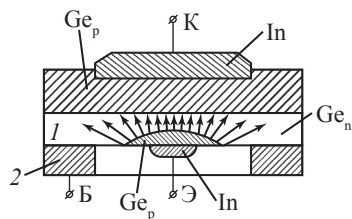


Рис. 44. Разрез сплавного германиевого транзистора типа р-п-р с токовыводами из индия (стрелками показаны пути дырок, движущихся под действием диффузии):

1 — область базы; 2 — контактное кольцо базы

² *Инжекция* (от лат. *injectio* ‘вбрасывание, впрыскивание’) — проникновение избыточных носителей заряда в полупроводник под действием поля.

Свойства транзистора как усилителя основаны на ряде технологических особенностей. Все они направлены на то, чтобы основная часть инжектируемых эмиттером носителей заряда попадала в коллекторную цепь. Основными из них являются следующие:

1. Концентрация электронов проводимости в базе делается значительно меньше концентрации дырок в эмиттере ($n_{пб} \ll n_{пр}$) для уменьшения возможности рекомбинации дырок. С этой же целью толщина базы делается по возможности минимальной, обычно меньше 0,025 мм. Это расстояние меньше средней длины свободного пробега дырок.
2. Концентрация дырок в эмиттере $n_{пр}$ делается больше, чем в коллекторе $n_{рк}$, для создания градиента концентрации в базе, способствующей диффузии дырок от эмиттера к коллектору.
3. Площадь коллектора в несколько раз больше площади эмиттера, чтобы на коллектор могло попасть возможно большее количество дырок.

Два р-п-перехода оказываются расположенными настолько близко, что их часто называют взаимодействующими переходами из-за того, что изменение потенциала на одном из них сказывается на свойствах другого.

Рассмотрим работу такого транзистора, включенного по наиболее употребительной схеме с общим эмиттером, как показано на рис. 45. При работе триода на р-п-переход эмиттер — база подается небольшое напряжение (десятые доли вольта) в пропускном направлении, а между коллектором и эмиттером включается батарея E_k с напряжением 0–15 В так, что на коллекторный переход подается обратное напряжение (рис. 46). Так как в прямом направлении сопротивление р-п-перехода ничтожно мало, а в обратном — велико, основное падение напряжения от батареи E_k сосредоточено на коллекторном переходе. Под действием ЭДС батареи, включенной в цепь эмиттер — база, из эмиттера в базу устремляется поток дырок. Обратный переход база — коллектор представляет собой потенциальный барьер для дырок, тем не менее основная часть дырок, не успевших рекомбинировать

в базе, проходит в коллекторную цепь. Это происходит потому, что наряду с дрейфовым движением под действием электрического поля базы ($V_{др} = 10^{-3}$ см/с) дырки участвуют в хаотическом тепловом движении ($V_{т} = 10^7$ см/с при комнатной температуре) и, при условии малости толщины базы по сравнению с длиной свободного пробега и наличии градиента концентрации ($n_{рк} < n_{рз}$), дырки обязательно попадают в обедненную зарядом область обратного перехода, а затем подхватываются сильным коллекторным полем и попадают в коллекторную цепь.

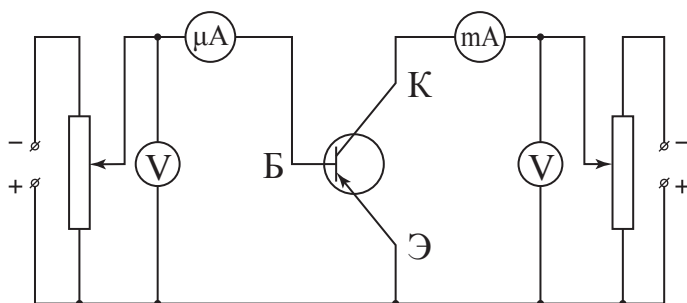


Рис. 45. Электрическая схема для снятия вольт-амперной характеристики с общим эмиттером

В базу ответвляется лишь небольшой ток, образующийся за счет притекающих из внешней цепи электронов из-за того, что небольшая часть электронов базы все-таки успевает рекомбинировать с дырками. Таким образом, ток коллектора почти совпадает с током эмиттера: $I_{к} = (0,95 \div 0,99) \cdot I_{э}$.

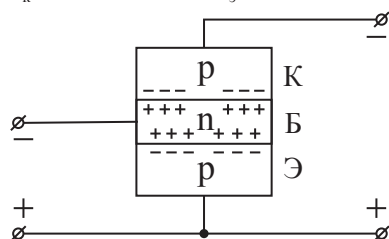


Рис. 46. Схема, иллюстрирующая осуществление при подключении внешних источников питания между базой и эмиттером прямого перехода, а между коллектором и базой — обратного

Отношение

$$\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{э}}} = \alpha = 0,95 \div 0,99 \quad (71)$$

называется *статическим (интегральным) коэффициентом передачи тока эмиттера*.

Первый закон Кирхгофа применительно к транзистору дает равенство

$$I_{\text{э}} = I_{\kappa} + I_{\text{б}} \quad (72, a)$$

или

$$I_{\text{э}} = \alpha \cdot I_{\text{э}} + I_{\text{б}}. \quad (72, б)$$

Отношение

$$\frac{I_{\text{э}}}{I_{\text{б}}} = \frac{1}{1 - \alpha} = \beta_{\text{инт}} \quad (73)$$

называется *статическим (интегральным) коэффициентом передачи тока базы*. Режим транзистора в любой схеме включения определяется токами и напряжениями на входе и выходе схемы. В нашем случае входными характеристиками являются ток базы $I_{\text{б}}$ и напряжение между эмиттером и базой $U_{\text{б}}$; выходными характеристиками являются ток коллектора I_{κ} и напряжение между базой и коллектором U_{κ} . Для получения статической характеристики одну из четырех величин выбирают в качестве аргумента, другую — в качестве функции, третью фиксируют (поддерживают постоянной), а четвертую оставляют свободной. Так, в схеме с общим эмиттером измеряют следующие статические характеристики:

Входные: $I_{\text{б}} = f(U_{\text{б}})$ при $U_{\kappa} = \text{const}$; $I_{\text{б}} = f(U_{\text{б}})$ при $I_{\kappa} = \text{const}$;

Выходные: $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})$ при $U_{\text{б}} = \text{const}$; $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})$ при $I_{\text{б}} = \text{const}$.

На рис. 47 приведены вольт-амперные характеристики.

При коллекторном напряжении, равном нулю (коллектор коротко замкнут с эмиттером), транзистор можно рассматривать как два диода, соединенных параллельно и подсоединенных к источнику питания в прямом направлении (рис. 48). В этом случае

ток, текущий через базу, складывается из тока эмиттера и тока коллектора, т. е. через коллекторный переход течет ток, который по направлению противоположен обычному току коллектора. Поэтому вольт-амперная характеристика пересекает ось токов в отрицательной области (рис. 47, б). При незначительном увеличении напряжения на коллекторе, пока напряжение эмиттер — коллектор меньше напряжения эмиттер — база, потенциал коллектора по отношению к потенциалу базы остается положительным (минус на базе больше минуса на коллекторе). Таким образом оба перехода, р-н и н-р, оказываются включенными в прямом направлении, что приводит к резкому возрастанию тока через коллектор и вместе с этим к уменьшению тока базы (рис. 47).

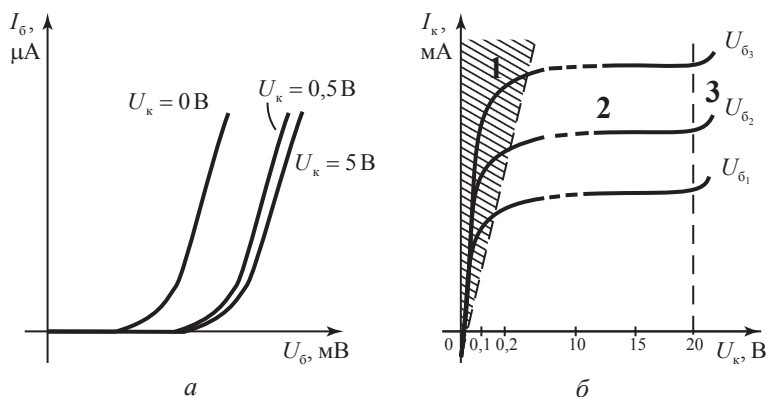


Рис. 47. Характеристики транзистора в схеме с общим эмиттером:

а — входные; *б* — выходные

После того как потенциал на коллекторе сравнивается с потенциалом базы, рост тока через коллектор прекращается (область 1 на рис. 47, б). Эта область называется *областью отсечки*. При дальнейшем увеличении напряжения коллекторный переход запирается, выходные характеристики выходят на горизонтальный участок. Этот участок характеристик, отмеченный на рис. 47, б цифрой 2, называют *активной областью*.

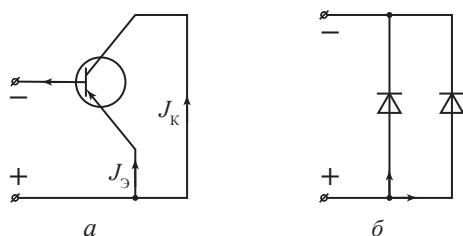


Рис. 48. Транзистор, включенный по схеме с общим эмиттером (ОЭ) при коротком замыкании коллектора на эмиттер:
a — электрическая схема; *б* — эквивалентная схема

Активная область простирается вплоть до напряжений, при которых возникает пробой коллекторного перехода и ток $I_\text{к}$ резко возрастает (участок 3). Так как в области 2 коллекторный ток меняется мало, то, очевидно, и ток базы $I_\text{б}$ не должен зависеть от коллекторного напряжения. Поэтому входные характеристики при коллекторных напряжениях правее границы области 1–2 практически сливаются. Обычно приводят входные характеристики при $U_\text{б} = 0\text{--}5\text{ В}$ (рис. 47, *a*).

1.2. РАБОТА ТРАНЗИСТОРА КАК УСИЛИТЕЛЯ СИГНАЛОВ

Простейшая схема усилителя приведена на рис. 49.

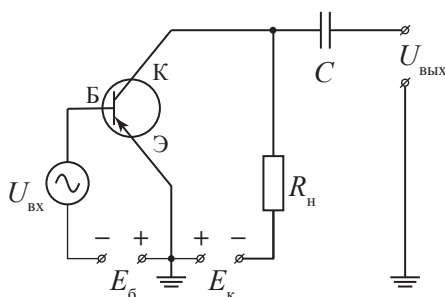


Рис. 49. Простейшая схема усилителя на транзисторе р-п-р, включенного по схеме с ОЭ

Усиливаемый сигнал $U_{\text{вх}}$ подается между базой и эмиттером. В коллекторную цепь включается нагрузочное сопротивление $R_{\text{н}}$ и конденсатор C , позволяющий отделить переменный усиленный сигнал $U_{\text{вых}}$ от постоянной составляющей. В этом случае, по закону Кирхгофа,

$$U_{\text{к}} = E_{\text{к}} - I_{\text{к}} R_{\text{н}}. \quad (74)$$

На семействе выходных характеристик $I_{\text{к}} = f(U_{\text{к}})$ при $U_{\text{б}} = \text{const}$ это будет прямая линия, которую называют нагрузочной характеристикой (рис. 50, а).

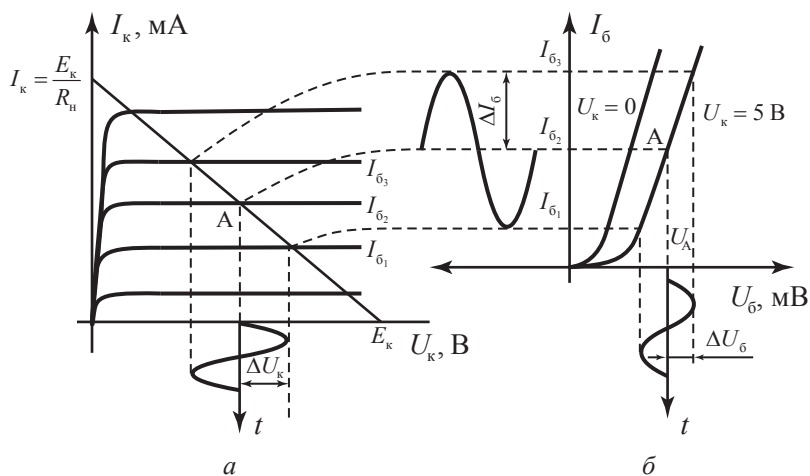


Рис. 50. Работа усилителя с ОЭ и временными диаграммами

$$U_{\text{вх}}(t), \Delta I_{\text{б}}(t), U_{\text{вых}}(t):$$

а — нагрузочная коллекторная характеристика;

б — входная характеристика $I_{\text{б}} = f(U_{\text{б}})$

Пусть на базу подано постоянное напряжение $U_{\text{А}}$ и усиливаемый переменный сигнал с амплитудой $\Delta U_{\text{б}}$ (рис. 50, б). Точка А называется рабочей точкой. Так как усиливаемый сигнал включается в схему с прямым р-п-переходом, то небольшие изменения входного напряжения вызовут значительные изменения

и тока коллектора, ведь практически все носители попадут в коллекторную цепь: $\Delta I_{\kappa} \approx \Delta I_{\gamma}$.

Изменение тока базы будет незначительным и его можно считать, исходя из входных характеристик (рис. 50, б). Отношение изменения тока коллектора к изменению тока базы называется *дифференциальным коэффициентом усиления по току*:

$$\beta_{\text{диф}} = \left(\frac{\Delta I_{\kappa}}{\Delta I_{\text{б}}} \right)_{U_{\kappa}=\text{const}}. \quad (75)$$

Наклон линейного участка входной характеристики описывается входным дифференциальным сопротивлением:

$$R_{\text{вх}} = \left(\frac{\partial U_{\text{б}}}{\partial I_{\text{б}}} \right)_{U_{\kappa}=\text{const}} \approx \frac{\Delta U_{\text{б}}}{\Delta I_{\text{б}}}. \quad (76)$$

Таким образом,

$$\Delta I_{\text{б}} = \frac{\Delta U_{\text{б}}}{R_{\text{вх}}}. \quad (77)$$

Рабочая точка А на выходных характеристиках расположена на нагрузочной характеристике, как показано на рис. 50, а.

Рассчитаем, чему будет равно изменение сигнала на нагрузке ΔU_{κ} , т. е. усиленный сигнал $U_{\text{вых}}$ (рис. 50). Очевидно, что $\Delta U_{\kappa} = R_{\text{н}} \cdot \Delta I_{\kappa}$. Из (75) и (77) следует, что

$$\Delta U_{\kappa} = R_{\text{н}} \beta_{\text{диф}} \Delta I_{\text{б}} = \beta_{\text{диф}} \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{вх}}} \Delta U_{\text{б}}. \quad (78)$$

Таким образом, коэффициент усиления сигнала по напряжению

$$K_U = \frac{\Delta U_{\kappa}}{\Delta U_{\text{б}}} = \beta_{\text{диф}} \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{вх}}}. \quad (79)$$

Усиленный переменный сигнал в зависимости от времени также показан на рис. 50, а. Коэффициент $\beta_{\text{диф}}$ зависит от тока базы. Как видно из рис. 51, для коэффициента усиления существуют

оптимальные условия, определяющиеся выбором рабочей точки на нагрузочной характеристике транзистора.

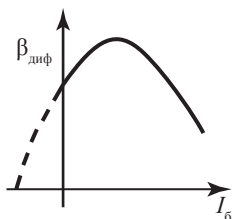


Рис. 51. Зависимость $\beta_{\text{диф}}$ от тока базы

Кроме перечисленных характеристик транзистора (α , $\beta_{\text{диф}}$, $\beta_{\text{инт}}$, $R_{\text{вх}}$, K_U) измеряют дифференциальное сопротивление коллекторного перехода, определяемое приращением тока коллектора, вызванного изменением коллекторного напряжения при постоянном токе базы:

$$R_{\text{вых}} = \left(\frac{\partial U_{\text{к}}}{\partial I_{\text{к}}} \right)_{I_{\text{б}} = \text{const}}. \quad (80)$$

Это сопротивление называют *выходным сопротивлением транзистора*. Мы рассматриваем лишь основные физические параметры транзистора. На практике эти параметры бывает трудно измерить, поэтому в транзисторной технике получила распространение система формальных L -параметров. Поскольку это специальный вопрос, мы не будем на нем подробно останавливаться, скажем лишь, что для расчета схемы иногда требуется до 40 различных параметров.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Для исследования характеристик и параметров используется либо стенд, в котором собраны все необходимые источники питания, либо схема с внешними источниками питания, в качестве которых применяются источники типа ЛИПС (лабораторный источник питания стабилизированный). Электрическая схема приведена на рис. 45 и непосредственно на установке.

На стенде собраны две схемы: верхняя для измерения характеристик р-п-р, нижняя — для п-р-п-транзисторов. Переключатель «р-п-р, п-р-п» переключает измерительные приборы и источники питания из одной схемы в другую. Исследуемые транзисторы можно подключать к клеммам только при среднем положении переключателя.

Выполните одно из заданий, предложенных преподавателем.

Задание 1

1. Измерить выходные характеристики $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})_{I_{\delta} = \text{const}}$ при трех различных базовых токах I_{δ} . Токи выбирать самим при условии $50 \text{ мкА} < I_{\delta} < 300 \text{ мкА}$. При измерении тщательно следить за тем, чтобы ток базы был постоянным.
2. Измерить входные характеристики $I_{\delta} = f(U_{\delta})_{U_{\kappa} = \text{const}}$ при трех значениях коллекторного напряжения U_{κ} , причем одно из них должно быть равно 0, а два других нужно выбрать самим в пределах $0,5 \text{ В} < U_{\kappa} < 6 \text{ В}$.
3. Построить графики на миллиметровой бумаге.
4. Из выходных характеристик на рабочем участке рассчитать дифференциальный коэффициент усиления по току (75) не менее трех раз и привести средний результат.
5. Из входных характеристик на линейном участке рассчитать сопротивление прямого перехода ($R_{\text{вх}}$ — сопротивление эмиттер — база). Поскольку в предложенной схеме (рис. 45) вольтметром измеряется падение напряжения на прямом переходе и на амперметре, то

$$R_{\text{вх}} = \frac{\partial U_{\delta}}{\partial I_{\delta}} - R_{\text{А}}, \quad (81)$$

где сопротивление амперметра $R_{\text{А}}$ определяется по максимальному падению напряжения на данном пределе, указанному на конкретном приборе.

6. Из выходных характеристик рассчитать сопротивление обратного перехода база — коллектор (80). Расчет выполнить для всех характеристик в области рабочих участков.
7. В выводах привести $\langle \beta_{\text{диф}} \rangle$, $R_{\text{вх}}$, $R_{\text{вых}}$ для трех характеристик. Обсудить полученные результаты.

Задание 2

1. Измерить входные характеристики: $I_{\bar{\sigma}} = f(U_{\bar{\sigma}})_{U_{\kappa}=\text{const}}$ при $U_{\kappa} = 0$ и $U_{\kappa} = 2$ В.
2. Измерить выходные характеристики:
 $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})_{I_{\bar{\sigma}}=\text{const}}$; при $I_{\bar{\sigma}} = 50$ мкА и 160 мкА;
 $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})_{U_{\bar{\sigma}}=\text{const}}$; при $U_{\bar{\sigma}} = 140$ мВ и 200 мВ.
3. Построить графики на миллиметровой бумаге.
4. Из входных характеристик рассчитать $R_{\text{вх}}$ по формуле (81).
5. Из выходных характеристик $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})_{I_{\bar{\sigma}}=\text{const}}$ рассчитать сопротивление обратного перехода $R_{\text{вых}}$ и $\beta_{\text{диф}}$ (дифференциальный коэффициент усиления) не менее трех раз. Сравнить выходные характеристики, снятые при $I_{\bar{\sigma}} = \text{const}$, с характеристиками при $U_{\bar{\sigma}} = \text{const}$.
6. Из выходных характеристик $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})_{U_{\bar{\sigma}}=\text{const}}$ рассчитать крутизну транзистора $S = \left(\frac{\partial I_{\kappa}}{\partial U_{\bar{\sigma}}} \right)_{U_{\kappa}=\text{const}}$.
7. В выводах привести: $\langle \beta_{\text{диф}} \rangle$, $R_{\text{вх}}$, $R_{\text{вых}}$, S . Обсудить полученные результаты.

Задание 3

1. Измерить выходные характеристики $I_{\kappa} = f(U_{\kappa})_{I_{\bar{\sigma}}=\text{const}}$ при двух значениях $I_{\bar{\sigma}}$ (например, 150 и 200 мкА).
2. Измерить входные характеристики $I_{\bar{\sigma}} = f(U_{\bar{\sigma}})_{U_{\kappa}=\text{const}}$ при $U_{\kappa} = 0$, $U_{\kappa} = 3$ В, $U_{\kappa} = 6$ В.
3. Измерить зависимость $I_{\kappa} = f(I_{\bar{\sigma}})$ при $U_{\kappa} = 2$ В.
4. Построить все графики на миллиметровой бумаге.
5. Из выходных характеристик рассчитать $R_{\text{вых}}$ в обоих случаях по формуле (80).
6. Из входных характеристик рассчитать сопротивление прямого перехода $R_{\text{вх}}$ по формуле (81).
7. Из зависимости $I_{\kappa} = f(I_{\bar{\sigma}})$ рассчитать интегральный коэффициент усиления $\beta_{\text{инт}}$ и построить на миллиметровой бумаге зависимость $\beta_{\text{инт}} = f(I_{\bar{\sigma}})$ (точек 10–12 во всем

возможном интервале изменения $I_{\text{б}}$). При расчетах необходимо воспользоваться формулой:

$$\beta_{\text{инт}} = 1 + \frac{I_{\text{к}}}{I_{\text{б}}}.$$

8. В выводах привести β_{max} , $R_{\text{вх}}$, $R_{\text{вых}}$ (для двух токов базы).

3. Контрольные вопросы

1. Что такое *транзистор* р-п-р и п-р-п типа?
2. Перечислите технологические особенности устройства транзистора.
3. Нарисуйте схему включения транзистора как усилителя.
4. Что такое *дифференциальный* и *интегральный коэффициент усиления*?
5. Что такое *входные* и *выходные характеристики транзистора*?
6. Перечислите основные физические параметры транзистора.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

Измерение кривой поляризации и петли гистерезиса сегнетоэлектрика в постоянном электрическом поле

Цели работы:

1. Изучение зависимости электрической индукции (смещения) от напряженности электрического поля при комнатной температуре.
2. Измерение петли гистерезиса.
3. Изучение зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от напряженности электрического поля.

1.1. Поляризация диэлектриков

При внесении в электрическое поле каких-либо диэлектриков электрическое поле внутри них меняется. На поверхности диэлектрика возникают поляризационные заряды, создающие поле противоположного направления, вследствие чего поле внутри

диэлектрика уменьшается. Это происходит потому, что в каждом элементарном объеме диэлектрика электрические заряды перераспределяются таким образом, что диэлектрик приобретает электрический дипольный момент.

Дипольный момент \vec{p} — это векторная физическая величина, характеризующая расположение электрически заряженных частиц:

$$\vec{p} = \sum_j e_j \vec{r}_j, \quad (82)$$

где e — заряд, \vec{r} — радиус-вектор j -го заряда. В частности, два заряда ($+e$ и $-e$), одинаковые по величине и противоположные по знаку, образуют диполь с дипольным моментом $\vec{p} = e\vec{l}$ (где l — расстояние между зарядами), которому приписывается направление от отрицательного заряда к положительному. Дипольный момент электрически нейтральной системы можно получить путем векторного сложения дипольных моментов диполей, входящих в данную систему. Поскольку молекулы всех веществ состоят из положительно и отрицательно заряженных частиц, то можно говорить о дипольном моменте молекул. Если геометрический центр электронов и протонов, входящих в молекулу, совпадает, то дипольный момент равен нулю (например, молекула H_2), а если эти центры не совпадают, то молекула обладает дипольным моментом \vec{p} (например, молекула воды). В отсутствие внешнего электрического поля дипольные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому суммарный электрический дипольный момент равен нулю.

Как было сказано ранее, при внесении в электрическое поле диэлектрик поляризуется. Механизмы поляризации диэлектриков различны и зависят от характера химической связи. Например, у молекулы водорода, помещенной в поле, смещаются в противоположные стороны электрические центры электронов и протонов, т. е. у каждой молекулы образуется дипольный момент. У молекул воды дипольные моменты ориентируются в направлении поля, что приводит к возникновению дипольного момента

в макроскопическом объеме. Могут быть другие типы поляризации, а также сочетание различных механизмов.

Количественно поляризацию диэлектриков характеризуют электрическим дипольным моментом единицы объема

$$\vec{P} = \frac{\sum_j^N \vec{p}_j}{V}, \quad (83)$$

где \vec{p}_j — дипольные моменты частиц (атомов, ионов или молекул), N — число частиц в объеме V . \vec{P} называют *вектором поляризации* или просто *поляризацией*. Таким образом, поляризация имеет размерность Кл · м⁻².

Величина \vec{P} зависит от напряженности электрического поля E . Внутри кристаллов существуют околоатомные кристаллические поля $E_{\text{кр}} \approx 10^{10}$ В/м (обычно пробой диэлектриков происходит при полях значительно меньших). В слабых полях, т. е. в полях много меньших, чем внутрикристаллические,

$$\vec{P} = \varkappa \vec{E} \quad (\text{в системе СГСЭ}), \quad (84, a)$$

или

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E} \quad (\text{в системе СИ}). \quad (84, б)$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности \varkappa (каппа) называется *диэлектрической восприимчивостью*. Часто вместо вектора \vec{P} пользуются вектором электрической индукции:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{система СГСЭ}), \quad (85, a)$$

или

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad (\text{система СИ}), \quad (85, б)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость (безразмерная величина), ε_0 — электрическая постоянная вакуума, равная $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Вектор \vec{D} является суммой членов, характеризующих внешнее электрическое поле \vec{E} и внутреннее поле. Заметьте, что в системе СГСЭ все три величины \vec{D} , \vec{E} и \vec{P} имеют одинаковую размерность, а в системе СИ — разную. Зависимость $\vec{D} = f(\vec{E})$ или $\vec{P} = f(\vec{E})$ называется кривой поляризации.

В постоянных полях диэлектрическая восприимчивость ϵ у обычных диэлектриков постоянна по величине и не зависит от поля (статическая восприимчивость). Легко видеть, что

$$\epsilon = 1 + 4\pi \cdot \epsilon \text{ (система СГСЭ)}, \quad (86, a)$$

или

$$\epsilon = 1 + \epsilon \text{ (система СИ)}. \quad (86, б)$$

Диэлектрическая проницаемость, показывающая во сколько раз ослабляется сила взаимодействия зарядов в веществе по сравнению с вакуумом, у обычных диэлектриков равна нескольким единицам (табл. 11).

Таблица 11

Диэлектрическая проницаемость (ϵ) некоторых диэлектриков

Вещество	ϵ
H ₂	1,00026
Парафин	2,0
Трансформаторное масло	2,24
Полиэтилен	2,3
Вода (дистил.)	81
Спирт (этиловый)	26,8

1.2. СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКИ

В 1920 г. у кристалла сегнетовой соли $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ были обнаружены весьма необычные диэлектрические свойства [14]. Во-первых, в некотором интервале температур ее диэлектрическая проницаемость оказалась необыкновенно велика: около 10^4 . Во-вторых, зависимость $\vec{P} = f(\vec{E})$ имела нелинейный характер. Позднее выяснилось, что подобными свойствами обладают многие кристаллические соединения. В нашей литературе они называются *сегнетоэлектриками*, в зарубежной — ферроэлектриками, по аналогии с ферромагнетиками.

Причиной сегнетоэлектрических свойств является поляризация в отсутствие внешнего электрического поля. При этом сегнетоэлектрик разделяется на отдельные области — *домены*, в которых поляризация возникает самопроизвольно. Вектор поляризации в каждом из доменов направлен по-разному, в результате чего суммарный электрический дипольный момент всего диэлектрика отсутствует (сегнетоэлектрик деполяризован). Такое расположение доменов соответствует минимуму энергии кристалла.

Число доменов, взаимная ориентация их спонтанной поляризации зависят от симметрии кристалла, распределения дефектов и других причин. Под действием электрического поля \vec{E} доменные границы смещаются так, что объемы доменов, поляризованных по полю, увеличиваются за счет доменов, поляризованных против поля. Обычно доменные границы закрепляются на дефектах, неоднородностях и т. д. В сильном поле кристаллический образец становится однодоменным, т. е. поляризация достигает насыщения P_s , которая приблизительно равна поляризации отдельного домена. После выключения поля образец остается поляризованным. Величина P_r называется остаточной поляризацией и соответственно D_r — остаточной индукцией. Для того чтобы объемы доменов противоположного знака сравнялись, необходимо приложить поле противоположного направления, называемое коэрцитивным полем (E_c), которое сводит остаточную поляризацию к нулю. Таким образом, зависимость поляризации P от напряженности электрического поля E является нелинейной и при циклическом изменении имеет вид петли гистерезиса (рис. 52).

Резкое изменение поляризации под действием электрического поля за счет смещения доменных границ обуславливает большую величину диэлектрической проницаемости ε . Величина ε тем больше, чем слабее закреплены доменные границы на дефектах и поверхности кристалла. Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков в отличие от диэлектриков не является постоянной величиной, зависимость $\varepsilon = f(E)$ может иметь максимум от поля.

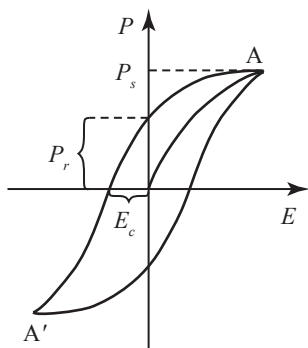


Рис. 52. Кривая поляризации
и петля гистерезиса сегнетоэлектрика

Наличие спонтанной поляризации является отличительной особенностью еще одного класса диэлектриков — пьезоэлектриков. Поляризация пьезоэлектриков обусловлена существенно асимметричным расположением ионов в элементарной ячейке, возникающим в момент образования самого кристалла. Поэтому изменить направление спонтанной поляризации пьезоэлектриков внешним электрическим полем невозможно. Напротив, сегнетоэлектрик довольно легко меняет свою поляризацию под влиянием электрических полей, упругих напряжений, изменения температуры и т. д.

При нагревании сегнетоэлектриков спонтанная поляризация, как правило, исчезает при определенной температуре T_c , называемой точкой Кюри. В этой точке происходит фазовый переход сегнетоэлектрика из полярной фазы в неполярную. При этом спонтанная поляризация исчезает либо скачком (в случае фазового перехода 1-го рода), например, в BaTiO_3 , либо непрерывно (фазовый переход 2-го рода), например, в кристаллах сегнетовой соли.

Сильная температурная зависимость и в полярной, и в неполярной фазе наблюдается у диэлектрической проницаемости и поляризации сегнетоэлектрика (рис. 53).

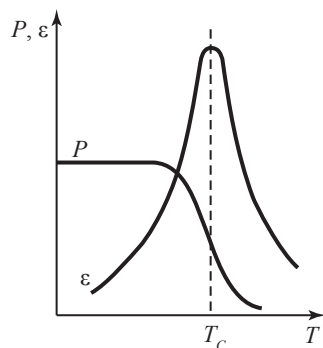


Рис. 53. Зависимость поляризации и диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от температуры

У большинства сегнетоэлектриков ϵ имеет в точке Кюри резкий максимум, а выше точки Кюри подчиняется закону Кюри — Вейса:

$$\epsilon = \frac{B}{T - T_0}, \quad (87)$$

где B и T_0 — константы вещества, причем T_0 совпадает с точкой Кюри для фазовых переходов 2-го рода и $T_0 < T_C$ — для фазовых переходов 1-го рода.

Итак, сегнетоэлектрики обладают следующими характерными особенностями:

- наличием спонтанной поляризации и доменной структуры, изменяющейся под действием внешнего электрического поля;
- зависимостью диэлектрической проницаемости от напряженности поля;
- наличием гистерезиса;
- резкой зависимостью диэлектрической проницаемости от температуры с аномально большим максимумом в точке Кюри;
- для некоторых сегнетоэлектриков высокими значениями диэлектрической проницаемости, достигающими нескольких тысяч.

Необычные свойства сегнетоэлектриков находят широкое применение в современной технике.

Большие значения коэрцитивного поля (~ 10 кВ/м) позволяют использовать сегнетоэлектрики как долговременный носитель информации, как альтернативу магнитным носителям информации. В России подобная технология разрабатывается. В некоторых странах (Япония, Южная Корея) существуют стандарты по использованию сегнетоэлектрической памяти в различных отраслях (например, железная дорога).

Одной из оптических характеристик кристаллов является показатель преломления n . Из теории электромагнетизма следует что $n = \sqrt{\mu\epsilon}$, где μ — магнитная проницаемость среды, а ϵ — диэлектрическая проницаемость. Если величины ϵ и μ являются постоянными, то n — величина тоже постоянная. В этом случае мы имеем дело с обычной оптикой. Но если ϵ не является константой, как в случае сегнетоэлектриков, то показатель преломления n может зависеть от разных факторов: напряженности поля E , доменной структуры и др. В этом случае мы имеем дело с *нелинейной оптикой*.

Одним из самых известных и популярных сегнетоэлектриков является кристалл ниобата лития (LiNbO_3). Помимо известных сегнетоэлектрических свойств он обладает одними из самых высоких нелинейно-оптических характеристик. Благодаря бурному развитию такой области, как доменная инженерия, появилась возможность создавать сегнетоэлектрические кристаллы с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллы) с размером доменов от 10 мкм (в настоящее время развивается нанодоменная инженерия), которые входят в класс фотонных кристаллов.

Фотонный кристалл — это материал, структура которого характеризуется периодическим изменением показателя преломления. В частности, это могут быть сегнетоэлектрики, у которых диэлектрическая проницаемость периодически меняется в пространстве с периодом в несколько межатомных расстояний. В настоящее время это бурно развивающаяся область, которой

посвящены многочисленные статьи в журналах, по ней созываются специализированные международные конференции.

Сочетание нелинейно оптических свойств и РДС-кристалла LiNbO_3 позволяет создавать высокоэффективные нелинейно-оптические устройства, такие как преобразователи частоты оптического излучения: генерация второй гармоники ($\omega \rightarrow 2\omega$, например, 1064 нм (инфракрасный) \rightarrow 532 (зеленый)), генерация суммарной и разностной частот ($\omega_1, \omega_2 \rightarrow \omega_1 \pm \omega_2$), и т. д.

Дальнейшее развитие нелинейно-оптических преобразователей света приведет к созданию лазерного монитора с исключительной чистотой цветов как альтернативы существующим кинескопам, жидкокристаллическим и плазменным мониторам.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Образцом служит плоский сегнетоэлектрический конденсатор. Пусть на пластины плоского конденсатора подается постоянная разность потенциалов U . Напряженность электрического поля в конденсаторе определяется формулой:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (88)$$

где U — разность потенциалов между обкладками (вольты); d — расстояние между обкладками.

Применим к плоскому конденсатору (рис. 54) известную теорему Остроградского — Гаусса:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV, \quad (89)$$

где $\oint_S \vec{D} d\vec{S}$ — поток вектора электрической индукции \vec{D} через замкнутую поверхность S ; $\int_V \rho dV$ — объемный заряд, заключенный внутри этой замкнутой поверхности. Выберем замкнутую поверхность в форме прямоугольного параллелепипеда так, чтобы одна торцевая поверхность S_1 была расположена внутри конденсатора перпендикулярно полю, а другая S_2 — снаружи.

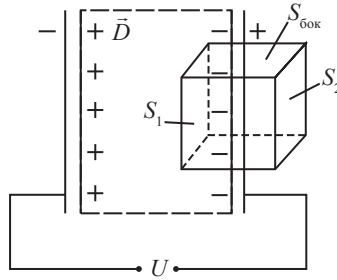


Рис. 54. К нахождению электрической индукции

Подсчитаем поток вектора \vec{D} через нее:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{D} d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{D} d\vec{S} + \int_{S_{\text{бок}}} \vec{D} d\vec{S}. \quad (90)$$

Поток через боковую поверхность параллелепипеда $\int_{S_{\text{бок}}} \vec{D} d\vec{S} = 0$,

так как угол между \vec{D} и нормалью к боковой поверхности составляет 90° . Поток через торцевую поверхность S_2 тоже равен нулю, так как линии индукции за пределами конденсатора отсутствуют. Поток через поверхность S_1

$$\int_{S_1} \vec{D} d\vec{S} = \vec{D} \int_{S_1} d\vec{S} = DS_1, \quad (91)$$

поскольку \vec{D} внутри конденсатора постоянна, а угол между \vec{D} и нормалью к поверхности равен нулю.

Заряд внутри замкнутой поверхности сведется только к поверхностному заряду σS , так как объемный связанный заряд равен нулю.

Таким образом,

$$DS_1 = \sigma S_1. \quad (92)$$

Если принять, что внутри плоского конденсатора D постоянно во всем объеме, то в качестве S_1 можно взять поверхность всего конденсатора S , т. е. вместо (92) записать:

$$DS_1 = Q, \quad (93)$$

где Q — заряд на конденсаторе.

Итак, измерение D сводится к измерению заряда на пластинах конденсатора, которое в данной работе проводится на цифровом микровеберметре Ф5050.

Микровеберметр — это прибор для измерения магнитного потока. Принцип его работы состоит в следующем. Импульс $U = f(t)$ (рис. 55), подаваемый на вход прибора, интегрируется электронной схемой и значение, равное площади этого импульса $\Delta\Phi = \int U dt$, выдается на цифровое табло непосредственно в микро- или миллизеберах в зависимости от выбранного предела измерения. Последнее является следствием закона Фарадея, утверждающего, что ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (94)$$

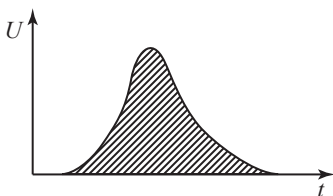


Рис. 55. Импульс напряжения, подаваемый на вход микровеберметра

Для измерения количества электричества на пластинах конденсатора собирают схему, приведенную на рис. 56.

При замыкании ключа K за промежуток времени, в течение которого конденсатор заряжается, через сопротивление R проходит

импульс тока $i = i(t)$, т. е. на микровеберметр подается напряжение $U(t) = R \cdot i(t)$. Таким образом, показание прибора будет равно:

$$\Delta\Phi = \int U(t) dt = R \int i(t) dt, \quad (95)$$

где $\int i(t) dt$ — количество электричества Q , протекшее через сопротивление, но оно в точности равно заряду конденсатора, т. е.

$$\Delta\Phi = RQ. \quad (96)$$

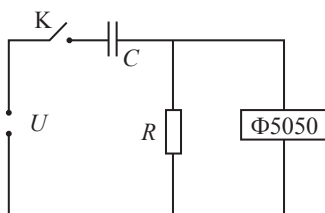


Рис. 56. Схема включения микровеберметра

Из формул (93) и (96) следует, что

$$D = \frac{\Delta\Phi}{RS}. \quad (97)$$

Таким, образом, изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ связано с изменением электрической индукции ΔD . В данном случае $\Delta D = D$, так как индукция изменяется от нуля до D .

2.1. МЕТОДИКА РАБОТЫ НА МИКРОВЕБЕРМЕТРЕ

Для измерения $\Delta\Phi$ микровеберметр нужно подготовить к приему сигнала нажатием кнопки «Пуск». Это будет означать, что прибор готов интегрировать сигнал в течение 4–5 секунд, поэтому в течение этого времени с момента нажатия кнопки «Пуск» сигнал должен быть подан и проинтегрирован. Если сигнал подать с опозданием, то прибор либо не сработает совсем, либо сработает частично и даст неверный результат. Предел измерения подбирается, как на любых других приборах, начиная с самого грубого,

т. е. с 10 мВб. Включение предела осуществляется нажатием соответствующей клавиши.

Внимание! Отсоединять и присоединять проводники, по которым подается сигнал на вход прибора, разрешается только при отключении прибора или при нажатой кнопке «Калибровка».

Чтобы настроиться работать, нужно несколько раз измерить D при каком-нибудь U . Измерение D производится так: поставить тумблеры Π_1 и Π_3 в положение I (рис. 57); подать на конденсатор регулятором R_1 любое напряжение в пределах 50–100 В; поставить предел на микровеберметре 10 мВб, нажать кнопку «Пуск», а затем подать сигнал на прибор, т. е. сменить полярность на конденсаторе переключателем Π_2 . При этом по сопротивлению R проходит кратковременный ток, дающий импульс напряжения, который интегрируется микровеберметром.

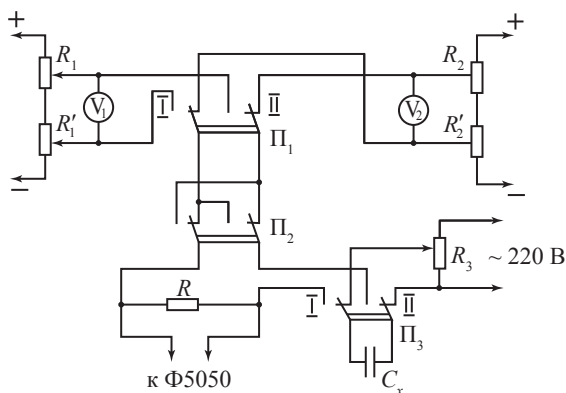


Рис. 57. Электрическая схема установки

При оптимальном пределе измерения прибор дает трехзначное число. Поэтому при меньшем числе знаков нужно переключить предел на более чувствительный.

2.2. ИЗМЕРЕНИЕ КРИВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Деполаризованным называется состояние конденсатора, когда при $E = 0$ D также равен нулю. Перед измерением кривой поляризации необходимо устранить остаточную поляризацию

сегнетоэлектрика. Для этого исследуемый сегнетоэлектрический конденсатор C_x (рис. 57) подключается в положение II к источнику регулируемого переменного напряжения тумблером Π_3 . Для деполяризации конденсатора достаточно поднять переменное напряжение на нем до 220 В, вращая регулятор R_3 вправо до упора, и плавно уменьшить до нуля.

Кривая поляризации $D = f(E)$ измеряется по точкам из деполяризованного состояния при постепенном увеличении напряжения на конденсаторе. Электрическая схема установки приведена на рис. 57. Напряженность электрического поля рассчитывается по формуле (88). Для измерения индукции D на одном из источников постоянного напряжения устанавливается требуемое напряжение U . Конденсатор C_x подключается к измерительной схеме, т. е. переключатель Π_3 ставится в положение I («Измерение»), затем на микроамперметре нажимают кнопку «Пуск» и переключателем Π_2 меняют полярность на конденсаторе. При этом через сопротивление R протекает импульс тока, заряд на обкладках изменяется на $2Q$, а индукция на $\Delta D = 2D$. Микроамперметр измеряет изменение потока $\Delta\Phi$. Состояние сегнетоэлектрика переходит по петле гистерезиса из точки А (рис. 52) в симметричную точку А'. Таким образом, согласно (97),

$$\Delta D = \frac{\Delta\Phi}{RS} = 2D,$$

следовательно,

$$D = \frac{\Delta\Phi}{2RS}, \quad (98)$$

где D — электрическая индукция ($\text{Кл} \cdot \text{м}^{-2}$), $\Delta\Phi$ — изменение потока (Вб); R — сопротивление (Ом); S — площадь пластин конденсатора (м^2).

Результаты измерения заносятся в табл. 12. Постепенно увеличивая напряжение до U_{\max} на конденсаторе, аналогично снимают последующие точки на кривой поляризации. При этом нужно только увеличивать напряжение, так как вследствие гистерезиса

при уменьшении напряжения точки не попадут на кривую поляризации. Для U_{\max} сделать измерение несколько раз, чтобы рассчитать случайную погрешность.

Таблица 12

Кривая поляризации

U	$+\Delta\Phi_1$	$-\Delta\Phi_1$	$\Delta\Phi_{\text{ср}}$	E	D	ε

2.3. ИЗМЕРЕНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА

При измерении петли гистерезиса используются оба источника напряжения.

1. Предположим, что начальное состояние сегнетоэлектрика определяется точкой «0» (D_{\max} , U_{\max}) (рис. 58). При этом вольтметр V_1 показывает максимальное значение (переключатель Π_1 находится в положении I).

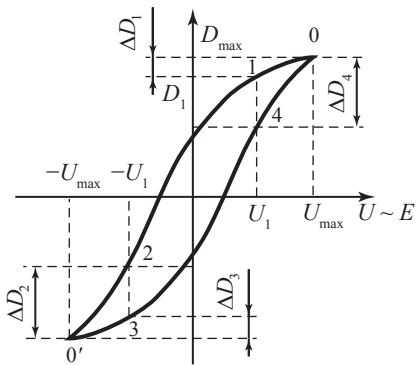


Рис. 58. К методике определения точек на петле гистерезиса

Пусть нам нужно измерить координаты точки 1. Для этого на вольтметре V_2 устанавливается напряжение U , соответствующее точке 1, а затем тумблер Π_1 переключается в положение II. При этом сегнетоэлектрик из состояния «0» с координатами (D_{\max} , U_{\max}) скачком переходит в состояние «1» с координатами (D_1 , U_1). При

этом переключении микровеберметром измеряется изменение потока $\Delta\Phi_1$, откуда рассчитывается

$$\Delta D_1 = \frac{\Delta\Phi_1}{RS}. \quad (99)$$

Координата точки D_1 рассчитывается из выражения:

$$D_1 = D_{\max} - \Delta D_1. \quad (100)$$

2. Приведем тепер сегнетоэлектрик в состояние «2», соответствующее напряжению на конденсаторе $-U_1$. Для этого изменим полярность на конденсаторе переключателем Π_2 . Для получения координаты точки 2 измеряем микровеберметром изменение индукции ΔD_2 при изменении напряжения на конденсаторе от $-U_1$ до $-U_{\max}$. Для этого переключатель Π_1 ставим в положение I.

3. Приведем сегнетоэлектрик в состояние «3». Для этого переключатель Π_1 поставим в положение II. Измеряем микровеберметром ΔD_3 и рассчитываем координаты точки 3.

4. Приведем сегнетоэлектрик в состояние «4». Для этого снова меняем полярность переключателем Π_2 . Измеряем микровеберметром значение ΔD_4 . При этом переключатель Π_1 ставим в положение I, т. е. приводим сегнетоэлектрик в состояние «0». Рассчитываем координаты точки 4. После этого устанавливаем на вольтметре V_2 новое значение напряжения и повторяем весь цикл сначала. Результаты заносим в табл. 13.

Таблица 13

Петля гистерезиса

U	$\Delta\Phi_1$	$\Delta\Phi_2$	$\Delta\Phi_3$	$\Delta\Phi_4$	ΔD_1	ΔD_2	ΔD_3	ΔD_4

E	D_1	D_2	D_3	D_4

3. ЗАДАНИЕ

1. Составить таблицы для измерений.
2. Снять кривую поляризации $D(E)$ и петлю гистерезиса. На петле гистерезиса получить не менее 20 точек, т. е. снять не менее 5 циклов.
3. Рассчитать по кривой поляризации $\varepsilon = f(E)$.
4. Построить графики кривой поляризации $D = f(E)$, петли гистерезиса, диэлектрической проницаемости $\varepsilon = f(E)$.
5. Оценить погрешности измерений D_{\max} и E_{\max} .
6. Рассчитать максимальную поляризацию P_{\max} , полученную в работе.
7. Привести пример численного расчета одной из точек на кривой поляризации, на петле гистерезиса, проницаемости и поляризации.
8. В выводах привести основные параметры сегнетоэлектрика $P_{\max}; D_{\max}; E_{\max}$ (с погрешностями); $D_r; E_c; \varepsilon_{\max}$.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое *вектор поляризации*?
2. Какова связь между *вектором поляризации* и *электрической индукцией*?
3. Что называется *диэлектрической проницаемостью* и *диэлектрической восприимчивостью* вещества?
4. Назовите основные свойства сегнетоэлектриков.
5. Что является причиной этих свойств?
6. На чем основана методика измерения *электрической индукции*?

Заключение

Жизнь современного человека за последние десятилетия сильно преобразилась. Виной тому стремительные успехи микроэлектроники, оптоэлектроники, нелинейной оптики и других наук, опирающихся на достижения в области полупроводников и сегнетоэлектриков. По всей видимости, прогресс не достиг

своей кульминации и в ближайшем будущем можно ожидать развития трехмерных подходов при проектировании транзисторов, применения в интегральных микросхемах *топологических изоляторов* (диэлектриков, способных проводить ток на поверхности) и устройств на основе *графена* (углеродного слоя толщиной в один атом, обладающего, помимо прочих необычных свойств, высокой подвижностью носителей заряда), а также реализации многих других идей. Своего времени также ждут революционные технологии: *фотонные кристаллы* и *квантовые компьютеры* [15], ограниченно уже не раз продемонстрированные, но не покидающие пока пределов лабораторий.

Дальнейшее углубленное изучение физики полупроводников ждет студентов на старших курсах после успешного усвоения ряда теоретических дисциплин: «Электродинамика», «Квантовая физика», «Статистическая физика». В особенности важны знания в области квантовой механики, которые позволяют рассмотреть с применением ряда приближений многочастичную задачу движения электронов в периодическом кулоновском потенциале. Волновая функция Блоха, эффективная масса электронов и дырок, а также модель Кронига — Пенни — малый список фундаментальных концепций, которые ожидают студентов на старших курсах. Имея необходимую подготовку, читатель может за теорией физики полупроводников обратиться к ряду изданий [9; 10; 11].

Помимо рассмотренных в пособии диодов и биполярного транзистора, мы рекомендуем читателю самостоятельно познакомиться с не менее важными устройствами: диодом Шоттки, фототранзисторами, баллистическими транзисторами, полевыми транзисторами с изолированным затвором и затвором в виде р-n-перехода и другими элементами современной микроэлектроники [12; 13].

Тема 3

ИЗУЧЕНИЕ

МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВА

В природе нет немагнитных веществ — все из них в той или иной степени изменяют свое состояние в присутствии внешнего магнитного поля. Этот факт определяет актуальность изучения базовой теории физики магнитных явлений для студентов младших курсов, интересы которых могут лежать в дальнейшем в разных областях физики конденсированного состояния вещества. Например, изучая графен³, можно обнаружить ферромагнитное или антиферромагнитное упорядочение вблизи дефектов [16], что на первый взгляд является неожиданным, так как отсутствуют классические «носители» магнитных моментов — атомы с незаполненными 3d и 4f электронными оболочками.

Теоретическая часть данного пособия содержит базовые определения и понятия, в ней перечисляются основные свойства диамагнетиков, парамагнетиков, ферро- и антиферромагнетиков. Для ферромагнетиков более подробно описывается их поведение в постоянных и переменных магнитных полях, а также указываются способы измерения напряженности и индукции магнитного поля. Подготовку к выполнению конкретной лабораторной работы требуется начинать именно с прочтения общей теоретической части.

Лабораторные работы № 8–11 посвящены изучению магнитных свойств ферромагнетиков и соответствующих методов измерения. Целью лабораторной работы № 8 является определение точки Кюри методом электромагнитной индукции. Далее следует цикл работ по измерению кривых намагничивания и петель

³ Графен представляет собой одноатомный углеродный слой с двумерной гексагональной кристаллической решеткой.

магнитного гистерезиса в статическом (№ 9) и динамическом режимах (№ 10 и № 11). Пояснения к ряду наблюдаемых в последних двух работах экспериментальных артефактов вынесены в Приложение.

В лабораторной работе № 12 уделено внимание способам измерения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ. Среди них выделяется метод Гуи — Квинке, которым предлагается измерить магнитную восприимчивость раствора медного купороса.

3.1. Магнитные свойства вещества

3.1.1. Основные характеристики

Все тела в природе обладают магнитными свойствами. Это связано с тем, что любое вещество состоит из заряженных элементарных частиц, которые находятся в постоянном движении. Любая из элементарных частиц (электрон, протон и даже нейтрон) обладает собственным магнитным дипольным моментом, или просто — магнитным моментом. Кроме того, любой электрон, вращающийся вокруг ядра, обладает еще и орбитальным магнитным моментом. Понять, что такое магнитный момент, проще всего на примере контура с током.

Плоский контур, имеющий площадь S , по которому течет ток i , обладает магнитным моментом

$$\vec{P}_m = i \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (101)$$

где \vec{n} — единичный вектор нормали к плоскости витка, связанный правилом правого винта с направлением тока (рис. 59). Если поместить такой контур в магнитное поле напряженности \vec{H} , то он развернется подобно магнитной стрелке так, что векторы \vec{P}_m и \vec{H} будут параллельны, если на контур не действуют никакие другие силы.

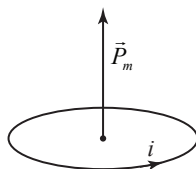


Рис. 59. Определение направления магнитного момента

В магнитном отношении атом представляет собой сложную систему. Магнитный момент ядра обычно много меньше магнитного момента электронов. Магнитные моменты электронов могут оказаться скомпенсированными, тогда собственный магнитный момент атома или молекулы равен нулю. Взаимодействие магнитных моментов атомов с внешним магнитным полем приводит к возникновению макроскопического магнитного момента вещества.

Одной из основных характеристик магнитных свойств является намагниченность. *Намагниченностью* называется векторная величина, равная среднему магнитному моменту единицы объема вещества:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}, \quad (102)$$

где $\vec{m} = \sum \vec{P}_m$ — векторная сумма всех магнитных моментов атомов. Средний магнитный момент единицы объема может существенно отличаться от намагниченности малых объемов. Поэтому, чтобы характеризовать намагниченность в определенной точке для неоднородно намагниченного вещества, вектор \vec{M} определяют для физически малого объема как

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}, \quad (103)$$

Из определений (101) и (102) видно, что намагниченность в системе СИ измеряется в амперах на метр (А/м).

Намагниченность образца зависит от величины напряженности внешнего магнитного поля. Эту зависимость характеризуют *объемной магнитной восприимчивостью*

$$\kappa = \frac{M}{H}. \quad (104, a)$$

Поскольку магнитное поле в системе СИ измеряется в А/м, величина κ оказывается величиной безразмерной и носит название магнитной восприимчивости единицы объема. Кроме объемной восприимчивости в физике пользуются понятиями удельной восприимчивости и молярной восприимчивости. Поскольку единица объема вещества имеет массу, равную плотности ρ , то удельная восприимчивость χ , т. е. восприимчивость единицы массы

$$\chi_{\text{уд}} = \frac{\kappa}{\rho} \text{ (м}^3\text{/кг)}. \quad (104, б)$$

Восприимчивость одного моля вещества

$$\chi_{\text{мол}} = \mu \chi_{\text{уд}} = \mu \frac{\kappa}{\rho} \text{ (м}^3\text{/моль)}, \quad (104, в)$$

где μ — молярная масса в кг/моль, называется молярной восприимчивостью.

Магнитная восприимчивость у разных веществ может быть положительной и отрицательной, сильно отличаться по величине, по-разному зависеть от напряженности магнитного поля и температуры. По совокупности этих признаков вещества обычно подразделяют на диамагнетики ($\chi < 0$), парамагнетики ($\chi > 0$), ферро- и антиферромагнетики ($\chi \gg 1$).

3.1.2. Диамагнетики

Диамагнетики имеют малую по величине восприимчивость ($\sim 10^{-6}$). Намагниченность в них возникает только в присутствии внешнего магнитного поля и направлена противоположно этому

полю, поэтому их восприимчивость отрицательна. Будучи внесенными в неоднородное магнитное поле, они выталкиваются к области более слабого поля. Восприимчивость диамагнетиков, как правило, не зависит от температуры и величины магнитного поля. Качественно явление диамагнетизма можно объяснить следующим образом.

При внесении тела в магнитное поле в электронной оболочке каждого его атома в силу закона электромагнитной индукции возникает индуцированный магнитный момент, который, по правилу Ленца, должен быть направлен против внешнего поля. Он возникает независимо от того, имелся ли у атома собственный магнитный момент или нет, и как он был ориентирован. Индуцированный момент может возникнуть только благодаря видоизменению движения электронов в атоме. Но, в силу законов квантовой механики, электроны могут двигаться только по стационарным орбитам, значит, орбитальный магнитный момент \vec{P}_m (101), т. е. магнитный момент электрона, вызванный движением вокруг ядра, измениться не может. Поэтому изменение движения проявляется в прецессии электронной орбиты, т. е. ось орбиты O' описывает конус вокруг направления \vec{H} (рис. 60) с частотой Лармора:

$$\omega_L = \frac{eB}{2m} \quad (\text{система СИ}), \quad (105, a)$$

или

$$\omega_L = \frac{eH}{2mc} \quad (\text{система Гаусса}), \quad (105, б)$$

где e — заряд электрона; m — масса электрона; c — скорость света. Это приводит к возникновению макроскопического магнитного момента \vec{M} . Индуцированный магнитный момент, обусловленный ларморовской прецессией, в широком диапазоне полей и температур пропорционален полю. Это обеспечивает постоянство магнитной восприимчивости диамагнетиков. Вклад каждого электрона в диамагнитную восприимчивость изолированного атома равен

$$\alpha_e = -\frac{e^2 r^2}{6mc^2}, \quad (106)$$

где r^2 — средний квадрат расстояния электрона от ядра атома. Из формулы (106) видно, что основной вклад в восприимчивость вносят наружные электроны, имеющие большие r . Молекулы некоторых ароматических веществ (например, бензола), у которого имеются замкнутые кольца из атомов, приобретают в поле магнитный момент, в 10–100 раз больший по сравнению с обычными веществами, так как под действием внешнего поля в них возникают замкнутые токи по периферии колец. Кроме того, в этих веществах наблюдается анизотропия восприимчивости по отношению к плоскости бензольного кольца.

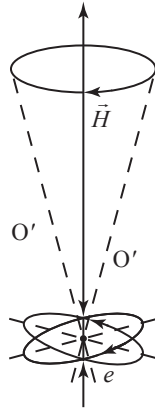


Рис. 60. Прецессия электронной орбиты вокруг магнитного поля

Диамагнетизм является универсальным свойством вещества, он проявляется всегда, но обнаружить его можно лишь в веществах, атомы и молекулы которых не имеют собственного магнитного момента, так как в противном случае диамагнитный эффект перекрывается более сильным пара- или ферромагнитным эффектом. К диамагнитным веществам относятся все инертные газы; ряд металлов: медь, цинк, серебро; вода; ряд солей; многие органические соединения.

3.1.3. Парамагнетики

Парамагнетики — это вещества с положительной восприимчивостью ($\chi > 0$), величина которой тоже мала (10^{-3} – 10^{-6}). Необходимым признаком парамагнетизма является наличие у атомов или молекул собственных постоянных магнитных моментов, существующих независимо от присутствия внешнего магнитного поля. В отсутствие поля из-за теплового движения эти моменты ориентированы хаотически, так что намагниченность равна нулю. Во внешнем поле магнитные моменты ориентируются по полю, с ростом поля намагниченность \vec{M} растет по закону $\vec{M} = \chi \cdot \vec{H}$, причем χ всегда положительна. При попадании в неоднородное магнитное поле парамагнетик, в отличие от диамагнетика, втягивается в область сильного магнитного поля. В очень сильных магнитных полях или при очень низких температурах, близких к абсолютному нулю, вещество приобретает состояние насыщения, т. е. все магнитные моменты атомов ориентированы параллельно полю. С повышением температуры при неизменной напряженности поля H возрастает дезориентирующее действие теплового движения частиц, и магнитная восприимчивость убывает по закону Кюри:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (107)$$

где C — постоянная величина.

Существование у атомов магнитных моментов, обуславливающих парамагнетизм, может быть связано с движением электронов в атоме (орбитальный парамагнетизм), с собственным магнитным моментом самих электронов (спиновый парамагнетизм), с магнитными моментами ядер (ядерный парамагнетизм). Закон Кюри (107) выполняется, во-первых, для диэлектриков, когда взаимодействие между магнитными моментами невелико, и, во-вторых, для ферромагнетиков выше точки Кюри. В случае металлов, где парамагнетизм в основном обусловлен электронами проводимости (спиновый парамагнетизм Паули), или полупроводников, где парамагнетизм обусловлен носителями заряда, концентрация

которых, в свою очередь, зависит от температуры, зависимость же от температуры существенно другая.

Типичными представителями парамагнетиков являются газы: кислород, окись азота; щелочные металлы, а также железо, кобальт, никель при температурах выше точки Кюри; водные растворы солей, содержащие ионы переходных металлов и др.

Парамагнетики и диамагнетики принято называть слабомагнитными веществами. Изучение их магнитной восприимчивости, как теоретическое, так и экспериментальное, представляет принципиальный интерес, поскольку позволяет определить магнитные моменты атомов и молекул, а следовательно, судить о внутреннем их строении.

3.1.4. Антиферромагнетики

Антиферромагнетики — это вещества, которые в отсутствие внешнего магнитного поля имеют магнитное упорядочение. Магнитные моменты соседних атомов или ионов ориентированы в них навстречу друг другу, т. е. антипараллельно, и поэтому намагниченность тела в целом равна нулю. Такое состояние упорядочения существует только ниже температуры T_N , называемой точкой Нееля. Выше этой температуры антиферромагнетик обычно переходит в парамагнитное состояние. Антиферромагнетиками являются хром, марганец, а также ряд редкоземельных металлов. Число известных химических соединений, которые становятся антиферромагнетиками при определенной температуре, около тысячи.

По современным представлениям, антиферромагнетизм так же, как и ферромагнетизм, есть проявление электронного спинового магнетизма атомов или ионов с недостроенными 3d и 4f электронными оболочками. Между магнитными моментами соседних электронов возникает сильное квантовое взаимодействие электростатической природы, которое приводит либо к параллельному расположению собственных магнитных моментов электронов (спинов), либо к антипараллельному. В первом случае мы имеем дело с магнитным упорядочением, называемым ферромагнетизмом,

во втором — с антиферромагнетизмом. В магнитном отношении кристаллическую решетку антиферромагнитных веществ можно разбить на две (или более) магнитные подрешетки, каждая из которых обладает самопроизвольной намагниченностью \vec{M}_1 и \vec{M}_2 . Если суммарный магнитный момент всех магнитных подрешеток равен нулю, т. е. $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$, то имеет место скомпенсированный антиферромагнетизм. Если такой компенсации нет, т. е. суммарный магнитный момент не равен нулю, то имеется отличная от нуля разностная самопроизвольная намагниченность. Такое явление называется ферримагнетизмом, а сами вещества — ферритами.

3.1.5. Ферромагнетики

Ферромагнетики — это вещества, в которых квантовые взаимодействия между электронами, являющимися носителями магнетизма, таковы, что энергетически выгодным оказывается параллельное расположение спинов. Это означает, что в отсутствие внешнего магнитного поля ферромагнетики должны быть намагничены до насыщения. Однако в термодинамически равновесном состоянии еще более энергетически выгодным оказывается состояние, при котором ферромагнетик разбивается на отдельные, намагниченные до насыщения *домены*, т. е. области спонтанного намагничивания. Домены располагаются так, чтобы в целом образец был размагничен; примеры таких доменных структур приведены на рис. 61.

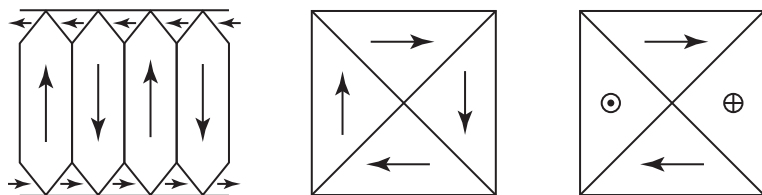


Рис. 61. Примеры доменных структур

Стрелками в каждом домене обозначено направление намагниченности. В постоянных магнитах намагниченность не равна нулю, но это не означает, что их состояние является равновесным,

хотя оно может оставаться таким неограниченно долгое время. Это значит, что образец когда-то был намагничен, и это состояние при данных условиях оказалось достаточно прочным. Характер доменной структуры зависит от множества факторов: химического состава, кристаллической структуры, размеров и формы образца, внутренних дефектов и напряжений, качества поверхности и т. д. Домены различной ориентации отделены друг от друга переходными слоями, называемыми *доменными границами*. Линейные размеры доменов при температурах, сравнительно далеких от точки Кюри, достигают величины 10^{-2} см, а толщина граничных слоев между ними — десятки и сотни атомных расстояний.

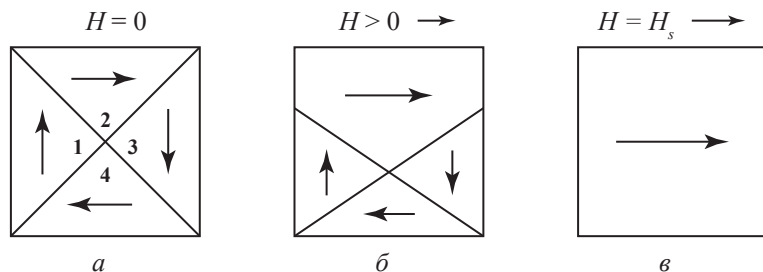


Рис. 62. Изменение магнитной структуры при намагничивании ферромагнетика:

a — при $H = 0$; *б* — при $0 < H < H_s$; *в* — при $H = H_s$

Пусть имеется ферромагнетик, доменная структура которого изображена на рис. 62, *a*. Поместим его во внешнее магнитное поле и рассмотрим процессы, протекающие в нем при постепенном увеличении поля.

Энергия взаимодействия домена, обладающего магнитным моментом $\vec{m} = \vec{M} \cdot V$ (где V — объем домена), с внешним магнитным полем индукции \vec{B}_0 равна

$$W = -(\vec{m} \cdot \vec{B}_0) = -mB_0 \cos \varphi, \quad (108)$$

где φ — угол между намагниченностью и индукцией внешнего поля $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$. Различные домены образца находятся

не в одинаковом положении относительно намагничивающего поля H .

Очевидно, что минимальной энергией взаимодействия с полем обладает второй домен, а максимальной — четвертый. Поэтому при увеличении внешнего поля домены, намагниченность которых совпадает с направлением поля \vec{H} , будут расти за счет соседних доменов (рис. 62, б) и образец приобретет макроскопическую намагниченность \vec{M} (102). В сильном магнитном поле ферромагнетик становится однодоменным (рис. 62, в). Таким образом, максимальная намагниченность ферромагнитного образца не может превышать намагниченности отдельного домена. Она называется *намагниченностью насыщения* M_s .

На рис. 63 показана зависимость намагниченности M от внешнего магнитного поля $M = f(H)$, которая называется *кривой намагничивания*. Поле, в котором намагниченность достигает насыщения, называется *полем насыщения* H_s .

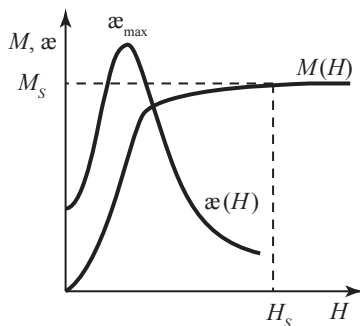


Рис. 63. Зависимость намагниченности M и восприимчивости χ ферромагнетика от внешнего магнитного поля

В реальных материалах кривая намагничивания имеет сложный характер, поэтому обычно ее измеряют экспериментально. Намагниченность приводит к существованию внутреннего магнитного поля, которое неотлично от внешнего, поэтому в условиях эксперимента проще измерять индукцию, создаваемую суммой внешнего и внутреннего магнитных полей. Индукция,

намагниченность и внешнее поле связаны известными соотношениями [17; 18]:

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \quad (\text{система Гаусса}), \quad (109, a)$$

или

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{система СИ}), \quad (109, б)$$

где \vec{B} — магнитная индукция; \vec{M} — намагниченность; \vec{H} — внешнее магнитное поле; μ_0 — магнитная постоянная системы СИ.

Заметим, что в системе Гаусса все три величины \vec{B} , \vec{H} и \vec{M} имеют одинаковую размерность, но исторически сложилось так, что единица поля называется *эрстед* (Э), а индукции и намагниченности — *гаусс* (Гс).

В системе СИ индукция B измеряется в теслах (Тл), а напряженность поля H и намагниченность M — в амперах на метр (А/м). $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м (генри на метр); $1 \text{ Э} = 10^3/4\pi = 76,6 \text{ А/м}$, $1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$.

В отличие от намагниченности, индукция при увеличении внешнего поля предела не имеет (109), поэтому кривая $B = f(H)$ при поле, большем поля насыщения, имеет слабый наклон к оси абсцисс. Зависимость $B = f(H)$ тоже называют кривой намагничивания (рис. 65).

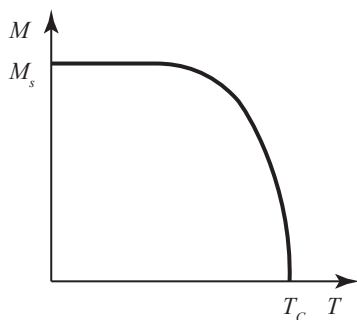


Рис. 64. Температурная зависимость спонтанной намагниченности домена

Спонтанная, или самопроизвольная, намагниченность домена зависит от температуры. При повышении температуры намагниченность насыщения убывает сначала медленно, а затем резко снижается почти до нуля при температуре, которая называется *точкой Кюри* T_C (рис. 64). Каждому ферромагнитному веществу соответствует определенная температура T_C , при которой средняя энергия теплового движения электронов оказывается достаточной для разрушения самопроизвольной намагниченности и ферромагнетик переходит в парамагнитное состояние. Переход ферромагнетиков в парамагнитное состояние не сопровождается скрытой теплотой перехода, но в области точки Кюри изменяются многие физические свойства: удельное сопротивление, теплоемкость, коэффициент теплового расширения и др.

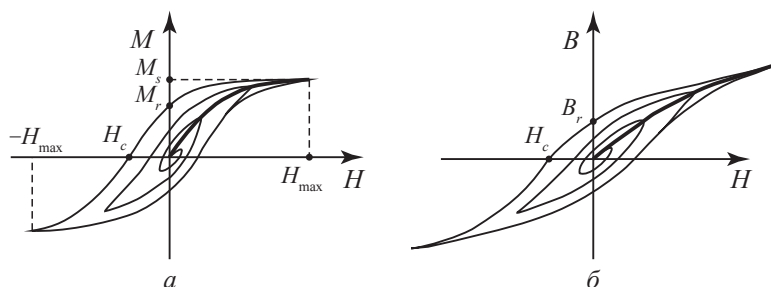


Рис. 65. Предельные и частные циклы петли гистерезиса:

a — намагниченности; $б$ — индукции

Намагниченность насыщения M_s и точка Кюри T_C являются основными характеристиками ферромагнетика, они не зависят от внешних условий, предыстории образца и термообработки. Поэтому их еще называют структурно-нечувствительными. В табл. 14 приведены M_s и T_C для самых распространенных ферромагнетиков в двух системах — в гауссовой и системе СИ.

Другой очень важной характеристикой ферромагнетиков является восприимчивость χ (104). Поскольку зависимость $M = f(H)$ нелинейная, восприимчивость χ не является постоянной, она сама зависит от величины поля и при некотором поле имеет максимум

(рис. 63). В таблицах обычно приводят максимальную магнитную восприимчивость χ_{\max} и начальную χ_0 при $H = 0$. У некоторых ферромагнетиков χ_{\max} достигает величин 10^5 – 10^6 (система СИ).

Таблица 14

Основные характеристики ферромагнетиков

Материал	T_c (K)	M_s (Гс)	$M_s \cdot 10^3$ (А/м)
Fe	1043	1735	138
Co	1403	1445	115
Ni	631	509	41
Gd	287	1980	158

Часто вместо восприимчивости пользуются величиной, называемой *относительной магнитной проницаемостью* μ , показывающей способность тела увеличивать индукцию под действием внешнего поля H .

$$B = \mu \mu_0 H \quad (\text{система СИ}), \quad (110, a)$$

или

$$B = \mu H \quad (\text{система Гаусса}). \quad (110, б)$$

Из формул (104), (109) и (110) следует, что объемная восприимчивость χ и относительная магнитная проницаемость μ являются величинами безразмерными. Численные значения μ в обеих системах совпадают между собой, а величина χ получается различной, так как

$$\mu = 1 + \chi \quad (\text{система СИ}), \quad (111, a)$$

или

$$\mu = 1 + 4\pi \cdot \chi \quad (\text{система Гаусса}). \quad (111, б)$$

На это обстоятельство следует обращать внимание при работе с литературными данными, таблицами и т. д.

Если намагнитить ферромагнетик до насыщения, а затем плавно уменьшать магнитное поле, то намагниченность будет изменяться по кривой, лежащей выше кривой намагничивания

(рис. 65, а, б). При уменьшении поля до нуля ферромагнетик сохраняет остаточную намагниченность M_r и соответственно остаточную индукцию B_r . Чтобы привести его намагниченность к нулю, следует включить поле в противоположном направлении и, плавно увеличивая его, достичь величины H_c , когда намагниченность (индукция) обратится в нуль. Эта величина H_c называется *коэрцитивной силой*.

При дальнейшем увеличении поля до $-H_{\max}$ ферромагнетик вновь намагничивается до насыщения, но в противоположном направлении. При последующем уменьшении поля до нуля и увеличении его до $+H_{\max}$ описывается замкнутая кривая, называемая *предельной петлей гистерезиса*. Если такой цикл проводить с меньших полей ($H_{\max} < H_s$), то получаются петли гистерезиса, лежащие внутри предельной петли. Они называются *частными циклами петли гистерезиса*. Если же цикл проводить с полями больших, чем требуется для насыщения, то площадь петли не меняется, поэтому она и называется предельной. Следует заметить, что понятия остаточной намагниченности (индукции) и коэрцитивной силы относятся только к предельной петле гистерезиса. Вершины частных циклов петель гистерезиса лежат на кривой намагничивания ферромагнетика.

Величины μ , α , H_c , M_r и B_r зависят не только от материала образца, но и от предшествующей термической обработки. Поэтому они называются структурно-чувствительными.

Неодинаковость кривых намагничивания, а следовательно, различие в магнитных проницаемостях у разных веществ объясняется многообразием доменных структур, а также степенью закрепленности доменных границ. Наличием доменной структуры объясняется и явление гистерезиса.

Размагниченным называется состояние, когда без поля намагниченность образца равна нулю. Такое состояние достигается одним из двух способов:

1) нагреванием ферромагнетика до температуры выше точки Кюри и последующим охлаждением его в отсутствие магнитного поля;

2) намагничиванием образца до насыщения в переменном магнитном поле так, чтобы состояние его намагниченности менялось по предельной петле гистерезиса, а затем плавным уменьшением амплитуды этого поля до нуля. В этом случае магнитное состояние образца будет изменяться по сложной спирали, состоящей из уменьшающихся частных циклов петель гистерезиса (рис. 65).

По величине проницаемости, коэрцитивной силы и остаточной индукции ферромагнетики делятся на магнитомягкие и магнитотвердые.

Магнитомягкие ферромагнетики имеют высокую максимальную магнитную проницаемость (от нескольких тысяч до сотен тысяч) и малую коэрцитивную силу (от 1 до 10^{-2} Э или от 100 до 1 А/м). В основном они используются в перемагничивающих устройствах: электродвигателях и трансформаторах. К ним относятся железо, электротехнические стали (сплавы Fe–Si), некоторые сплавы Fe–Ni, а также ряд ферритов.

Магнитотвердые ферромагнетики имеют высокую остаточную индукцию и большую коэрцитивную силу (до нескольких тысяч эрстед или сотен тысяч А/м). Площадь петли гистерезиса представляет собой энергию перемагничивания единицы объема вещества. Такие ферромагнетики обладают огромными энергиями перемагничивания (рекордные значения превысили 40 млн гаусс-эрстед, что составляет $3 \cdot 10^5$ Дж/м³). Это означает, что в обычных условиях магнитотвердый ферромагнетик сохраняет высокую остаточную намагниченность неограниченно долго. Поэтому они служат источниками постоянного магнитного поля и находят широкое применение в приборостроении, где требуются достаточно сильные постоянные магнитные поля в небольших объемах.

Итак, перечислим основные свойства ферромагнетиков:

1. Наличие самопроизвольной намагниченности, равной намагниченности насыщения M_s .
2. Самопроизвольная, или спонтанная намагниченность может существовать только до температуры Кюри T_c , при которой происходит переход в парамагнитное состояние.

3. Наличие доменной структуры, с которой связаны следующие явления:
 - а) нелинейная зависимость намагниченности от внешнего магнитного поля $M = f(H)$;
 - б) значительно большая по сравнению с диа- и парамагнетиками магнитная проницаемость μ ;
 - в) сложная зависимость с максимумом $\mu(H)$, для которой основными параметрами являются начальная проницаемость μ_0 и максимальная проницаемость μ_{\max} ;
 - г) явление гистерезиса, которое характеризуется энергией перемагничивания, остаточной индукцией B_r и коэрцитивной силой H_c .

3.2. Поведение ферромагнетиков в постоянных и переменных магнитных полях

Постоянным, или стационарным, называется поле H , которое может оставаться неизменным по величине и направлению неограниченно долгое время. Постоянные магнитные поля создаются с помощью катушек из провода, называемых соленоидами, по которым пропускают постоянный электрический ток. Магнитное поле H внутри соленоида равно

$$H = k \cdot i, \quad (112)$$

где i — ток в соленоиде, а k — постоянный коэффициент, зависящий от числа витков и геометрических размеров. Внутри соленоида помещается исследуемый образец.

Если через соленоид пропускать переменный ток, образец будет находиться в переменном магнитном поле. При этом он будет перемагничиваться с частотой переменного тока. Пусть образец помещен в поле, напряженность которого меняется в пределах от $+H_{\max}$ до $-H_{\max}$ (рис. 66, а). Тогда за период T индукция в образце изменяется по петле гистерезиса (рис. 66, б). Магнитные состояния образца в моменты времени t_1, t_2, t_3, t_4 (рис. 66, а) обозначены соответствующими цифрами на рис. 66, б. Если H_{\max}

больше поля насыщения H_s , индукция изменяется по предельной петле гистерезиса, если же $H_{\max} < H_s$, индукция изменяется по частному циклу.

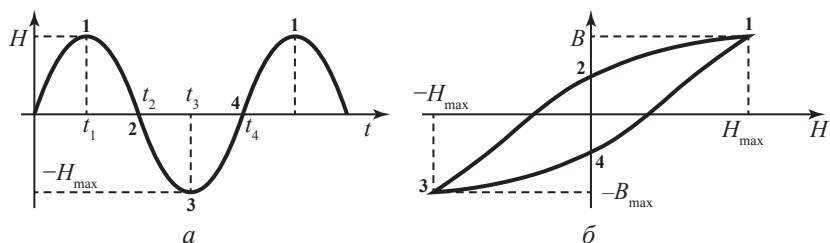


Рис. 66. Поведение магнитной индукции в переменном магнитном поле:

a — зависимость поля H от времени t ; b — зависимость магнитной индукции B от поля H в разные моменты времени

При перемагничивании происходит изменение магнитного потока. Поэтому в образце возникает ЭДС индукции $\epsilon_{\text{инд}} = -d\Phi/dt$, которая вызывает вихревые токи. При квазистатическом (очень медленном) изменении поля $\epsilon_{\text{инд}}$ мала и вихревые токи не играют роли. Но уже при промышленной частоте 50 Гц вихревые токи оказываются значительными и сами влияют на процессы перемагничивания. Рассмотрим, в чем проявляется это влияние.

По закону Ленца, индукционные вихревые токи создают поле, которое уменьшает причину, их вызывающую, т. е. уменьшают намагниченность, если поле возрастает, и, наоборот, удерживают намагниченность, если поле уменьшается. В результате площадь петли гистерезиса в переменном поле больше, чем в постоянном. Такая петля называется *динамической петлей* гистерезиса в отличие от *статической петли* гистерезиса в постоянном поле (рис. 67).

Площадь динамической петли гистерезиса кроме потери энергии на процессы перемагничивания включает в себя потери энергии на вихревые токи. Геометрическое место вершин динамических петель гистерезиса при увеличении амплитуды поля от нуля

до поля насыщения называется *динамической кривой намагничивания*. Динамическая кривая расположена ниже основной (статической) кривой намагничивания (рис. 68), ее положение зависит от частоты переменного поля, толщины и удельного сопротивления образца. При небольших частотах индукции насыщения совпадают. Однако при увеличении частоты из-за наличия вихревых токов перемагничиванию подвергается лишь поверхностный слой, что приводит к уменьшению рабочего объема, а следовательно, к кажущемуся уменьшению магнитной индукции насыщения.

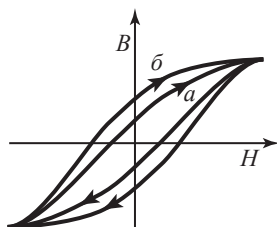


Рис. 67. Петли гистерезиса:
 a — статическая; b — динамическая

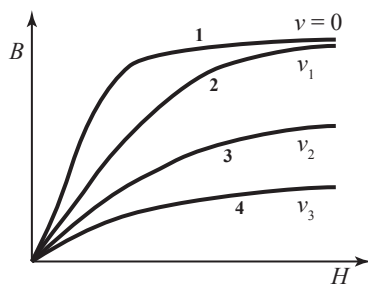


Рис. 68. Основная (статическая) кривая (1) и динамические кривые намагничивания; $v_3 > v_2 > v_1$

В настоящее время большинство магнитомягких материалов используется в переменных магнитных полях различной частоты, поэтому измерение динамических свойств имеет большое практическое значение.

3.3. Измерения магнитного поля и индукции

Внешнее магнитное поле, как известно, можно создать двумя способами: во-первых, с помощью проволоочной катушки при пропускании через нее тока и, во-вторых, с помощью постоянного магнита или электромагнита.

В первом случае поле прямо пропорционально току (112), и если известен коэффициент k , то измерение поля сводится к измерению тока через катушку. Наиболее просто коэффициент k рассчитывается для катушки, намотанной на каркас, имеющий форму тороида (рис. 69).

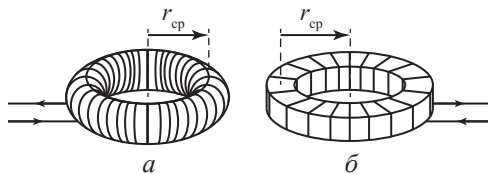


Рис. 69. Тороидальные катушки:

a — с овальным сечением; b — с прямоугольным сечением

При пропускании тока по такой катушке в ней создается поле, направленное по окружности тороида.

Величину поля легко рассчитать по теореме о циркуляции вектора напряженности магнитного поля (теорема Стокса) [17; 18]:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S}, \quad (113)$$

где $\oint_l \vec{H} d\vec{l}$ — циркуляция вектора \vec{H} по замкнутому контуру l ; \vec{j} — плотность тока; S — площадь, охватываемая контуром l .

Возьмем в качестве контура среднюю линию тороида (рис. 69). Поле, создаваемое катушкой, можно считать однородным, а поскольку вектор \vec{H} совпадает с вектором $d\vec{l}$ во всех точках, $\cos(\vec{H} \cdot d\vec{l}) = 1$, то $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = 2\pi r_{cp} H$, где r_{cp} — средний радиус тороида. Так как ток протекает только по проводникам ($j = 0$ во всех

точках, охватываемых контуром l , кроме проводников), $\int \vec{j} d\vec{S}$ будет равен сумме всех токов, охватываемых контуром l , т. е. $\int \vec{j} d\vec{S} = in_1$, где n_1 — число витков катушки. Таким образом, для тороида формула (113) преобразуется как

$$2\pi H r_{\text{cp}} = in_1, \quad (114)$$

откуда в системе СИ:

$$H = \frac{in_1}{2\pi r_{\text{cp}}} \text{ (А/м)}, \quad (115, a)$$

где n_1 — число витков катушки; i — ток в амперах; r_{cp} — средний радиус в метрах. Или в системе Гаусса:

$$H = \frac{2in_1}{r_{\text{cp}}} \text{ (эрстед)}, \quad (115, б)$$

где i — ток в единицах СГСМ (1 ед. СГСМ = 10 А); r_{cp} — средний радиус в см.

Итак, для измерения магнитного поля внутри тороида необходимо знать средний радиус тороида, число витков намагничивающей обмотки и протекающий по ней ток.

В случае, если коэффициент k в (112) рассчитать трудно, поле H измеряют с помощью эталонной катушки, а затем, если это требуется, рассчитывают постоянную k . Для этого изготавливают эталонную катушку с известной площадью S и числом витков n , помещают ее в неизвестное поле H и измеряют магнитный поток. Магнитный поток по определению равен

$$\Phi = \int (\vec{B} \cdot d\vec{S}), \quad (116)$$

где S — площадь витка катушки; \vec{B} — вектор магнитной индукции.

Если эталонная катушка расположена так, что нормаль к площади S совпадает с линиями магнитной индукции \vec{B} , а поле однородно, то

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}. \quad (117)$$

Измерение магнитного потока основано на законе электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (118)$$

где $\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)$ — изменение магнитного потока в единицу времени; n_2 — число витков эталонной катушки.

Приборы для измерения магнитного потока называются флюксметрами или веберметрами. Конкретное устройство веберметров здесь не рассматривается.

Для измерения магнитного потока эталонную катушку известной площади S и числом витков n_2 помещают в неизвестное поле так, чтобы силовые линии индукции \vec{B} были перпендикулярны плоскости катушки. Затем любым способом вызывают изменение магнитного потока. Например, можно резко убрать катушку из области поля, повернуть катушку на определенный угол или выключить поле. Изменение потока вызывает в катушке ЭДС индукции, а веберметр дает показание, прямо пропорциональное изменению потока $\Delta\Phi$. Допустим, что мы выключили поле, т. е. изменили поток от Φ_{max} до 0. Если в эталонной катушке был воздух, то прибор покажет

$$\Delta\Phi = \Phi_{\text{max}} = n_2 S B_0 = n_2 \mu_0 H S,$$

откуда

$$H = \frac{\Delta\Phi}{\mu_0 n_2 S}. \quad (119)$$

Сопоставляя (119) и (112), можно найти коэффициент k :

$$k = \frac{\Delta\Phi}{i \mu_0 n_2 S}.$$

Существуют и другие способы определения магнитного поля, основанные на эффекте Холла, парамагнитном резонансе, эффекте Джозефсона [11, с. 414] и т. д., которые здесь не рассматриваются.

В заключение вводной части для справки приведем единицы измерения основных магнитных физических величин в системе СИ и Гаусса (табл. 15).

Таблица 15

Единицы измерения некоторых величин

Величина и ее обозначение	Название		Соотношение между единицами
	система СИ	система Гаусса	
Магнитный поток Φ	вебер (Вб)	максвелл (Мкс)	$1 \text{ Вб} = 10^8 \text{ Мкс}$
Магнитная индукция B	тесла (Тл)	гаусс (Гс)	$1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$
Напряженность магнитного поля H	нет названия (А/м)	эрстед (Э)	$1 \text{ А/м} = \frac{4\pi}{1000} \text{ Э}$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

Определение точки Кюри ферромагнетиков методом электромагнитной индукции

Ц е л ь р а б о т ы: определить точку Кюри для двух ферромагнитных образцов.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ

Большинство методов определения точки Кюри основано на том, чтобы при нагревании ферромагнетика зафиксировать температуру, при которой происходит резкое уменьшение спонтанной намагниченности. Например, можно измерить зависимость намагниченности насыщения от температуры $M_s = f(T)$ (рис. 64).

В данной работе точку Кюри предлагается определить методом электромагнитной индукции. В переменное магнитное поле постоянной амплитуды $H = H_0 \cos(\omega t)$ помещается измерительная катушка с числом витков n , в которой находится исследуемый образец. Индукция образца B и магнитный поток Φ тоже оказываются периодическими функциями времени (см. разд. 3.2):

$$\Phi = B_0 S \cos(\omega t). \quad (120)$$

Таким образом, внутри измерительной катушки возникает переменный магнитный поток, который, согласно закону электромагнитной индукции Фарадея, вызывает в ней ЭДС индукции:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

или

$$\varepsilon_{\text{инд}} = nB_0S\omega \sin(\omega t).$$

В действительности из-за нелинейности петли гистерезиса поле H и индукция B оказываются искаженными синусоидами.

Таким образом, ЭДС индукции $\varepsilon_{\text{инд}}$, возникающая в измерительной катушке, прямо пропорциональна амплитудному значению индукции образца. Поскольку индукция B складывается из индукции внешнего поля и намагниченности (109), то при скачкообразном уменьшении намагниченности в точке Кюри, когда образец становится парамагнитным, резко уменьшится и ЭДС индукции. Итак, для определения точки Кюри необходимо получить зависимость ЭДС индукции от температуры.

2. СХЕМА УСТАНОВКИ

Магнитное поле создается двумя плоскими катушками K_1 и K_2 . Катушки соединены последовательно и расположены на расстоянии l друг от друга.

Топография поля, создаваемого катушками K_1 и K_2 , т. е. зависимость магнитного поля от расстояния вдоль оси $H(x)$, изображена на рис. 70.

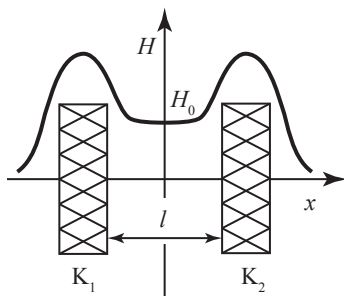


Рис. 70. Топография поля катушек Гельмгольца

В промежутке между катушками на расстоянии l поле H достаточно однородно. Такое устройство называется катушками Гельмгольца. При пропускании по катушкам переменного тока в промежутке l создается переменное магнитное поле. Электрическая схема приведена на рис. 71.

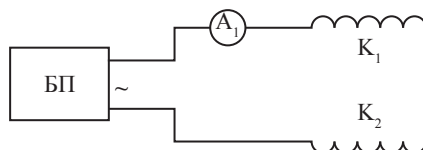


Рис. 71. Схема питания катушек Гельмгольца:

БП — блок питания переменного тока с регулятором выходного напряжения;
 A_1 — амперметр; K_1 и K_2 — катушки Гельмгольца

По оси катушек помещается трубчатая печь Π , обмотка которой сделана так, чтобы при прохождении тока она не создавала магнитного поля. В центре этой печи, в области l , помещается цилиндрический образец O . На трубку с образцом намотана измерительная катушка с числом витков n . ЭДС индукции в катушке измеряется вольтметром V_1 (рис. 72).

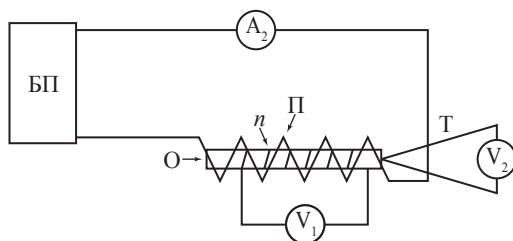


Рис. 72. Схема питания печи постоянного тока:

БП — блок питания печи с регулятором выходного напряжения; Π — печь;
 A_2 — амперметр; n — измерительная обмотка; V_1 — вольтметр для измерения ЭДС индукции; T — термопара; V_2 — вольтметр для измерения термоЭДС;
 O — образец

Для измерения температуры используется термопара. Термопара T состоит из двух проволочек, сваренных между собой. Проволочки изготавливаются из особых термосплавов. Место сварки

касается образца; т. е. находится при температуре образца. Проволочки через керамические трубочки выведены наружу и подсоединены к вольтметру V_2 , — следовательно, их концы находятся при комнатной температуре. На концах термопары возникает термоэлектродвижущая сила (сокращенно термоЭДС). ТермоЭДС зависит от разности температур, при которых находятся концы термопары, по закону

$$\varepsilon_{\text{ТЭДС}} = \alpha(t) \cdot (t_2 - t_1).$$

Коэффициент α зависит от температуры сложным образом, но в определенной области температур он почти постоянен. Поэтому приблизительно можно считать, что термоЭДС прямо пропорциональна разности температур. Тем не менее, для определения этой разности обычно используют градуировочный график. Измерив $\varepsilon_{\text{ТЭДС}}$, по графику определяют $\Delta t = (t_{\text{печи}} - t_{\text{комн}})$, а зная $t_{\text{комн}}$, рассчитывают температуру печи. При ответственных измерениях один из концов термопары поддерживают при температуре 0°C в термостате.

Примечание

В качестве термопар используются материалы, для которых α достаточно велико. Это могут быть железо — константан, медь — константан, хромель — копель, хромель — алюмель. Для точных измерений и эталонов используются термопары платина — платинородий.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовить приборы для измерения ЭДС индукции и термоЭДС термопары. Поставить нужный режим измерения. Измерить комнатную температуру $t_{\text{комн}}$ и записать ее.
2. Составить таблицу для записей показаний ЭДС индукции, термоЭДС, Δt и температуры образца t .
3. Получить у преподавателя образцы.
4. Включить блок питания катушек Гельмгольца и поставить ток, требуемый для данного образца (см. таблицу на столе). Обратить внимание на величину ЭДС индукции при отсутствии образца в печи.

5. Вставить образец внутрь измерительной катушки и установить его так, чтобы термопара касалась образца (пригласите для этого преподавателя или лаборанта).
6. Установить в печи соответствующий ток (см. таблицу на столе).
7. По мере нагревания печи записывать в таблицу показания ЭДС индукции и термоЭДС до тех пор, пока ЭДС индукции практически перестанет уменьшаться (выйдет на плато). В области спада ЭДС индукции постарайтесь снимать показания почаще.
8. Повторить измерения для другого образца.
9. Построить график зависимости $\varepsilon_{\text{инд}} = f(t)$ для всех образцов.
10. Определить по графикам точку Кюри для исследуемых образцов. Точка Кюри определяется следующим образом: по самому крутому участку кривой $\varepsilon_{\text{инд}} = f(t)$ проводится линия до пересечения с прямой, соответствующей ЭДС индукции выше точки Кюри (рис. 73). Точка пересечения прямых, спроецированная на ось температур, и будет температурой Кюри.

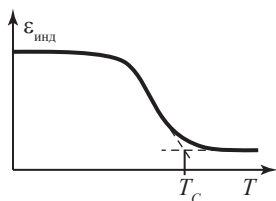


Рис. 73. Зависимость ЭДС индукции от температуры образца

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется *точкой Кюри*?
2. В чем состоит метод электромагнитной индукции?
3. Почему $\varepsilon_{\text{инд}}$ не уменьшается до нуля?

5. ТВОРЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Предложите способ, позволяющий определить, при каком магнитном поле в этой установке проводятся измерения.
2. Можно ли изменить конструкцию установки так, чтобы $\varepsilon_{\text{инд}}$ действительно уменьшалась до нуля?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

Измерение кривой намагничивания и петли гистерезиса в постоянном магнитном поле

Цели работы:

1. Измерить основную кривую намагничивания.
2. Измерить статическую петлю гистерезиса.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ

Для измерения кривой намагничивания нужно размагнитить образец, а затем, плавно увеличивая магнитное поле, привести ферромагнетик в состояние насыщения, измеряя при этом в каждой точке величину магнитного поля и индукции.

Для создания внешнего магнитного поля на образец, выполненный в форме тороида (рис. 69), наматывается обмотка из n_1 витков, которая называется первичной обмоткой. При пропускании по этой обмотке тока в ней создается магнитное поле, направленное по касательной к окружности тороида. Это поле намагничивает образец. Величина поля рассчитывается по формуле (115).

Для измерения индукции на образец наматывается измерительная обмотка с числом витков n_2 , которую еще называют вторичной обмоткой.

Если по первичной обмотке пропускать постоянный ток i , то образец под влиянием внешнего поля \vec{H} намагничивается и в нем создается индукция \vec{B} . Для измерения индукции используется микроверберметр Ф5050, на вход которого подается сигнал непосредственно со вторичной обмотки образца.

Запишем закон Фарадея (118) в виде

$$\int_{0\Phi}^t \varepsilon_{\text{инд}} dt = -n_2 \int_1^{\Phi_2} d\Phi = \Delta\Phi n_2. \quad (121)$$

Пока образец находится в постоянном поле, напряжение на концах вторичной обмотки равно нулю. Если же скачком изменить магнитное поле и связанный с ним магнитный поток в образце от Φ_1 до Φ_2 , то во вторичной обмотке возникает ЭДС индукции, зависящая от времени, как показано на рис. 74. Площадь импульса, согласно (121), равна изменению потока $\Delta\Phi$. Она и измеряется микроверберметром Ф5050. Таким образом, измеряется не сам поток, а изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$. Для определения величины потока нужно, чтобы была известна или начальная, или конечная величина. Например, если $\Phi_1 = 0$, то $\Phi_2 = -\Delta\Phi$. Если вызвать изменение потока от $-\Phi$ до $+\Phi$, то изменение потока $\Delta\Phi = -2\Phi$.

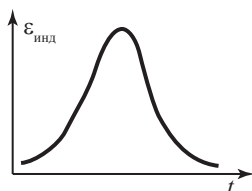


Рис. 74. Импульс ЭДС, подаваемый на вход микроверберметра

Пренебрегая неоднородностью намагниченности образца, можно считать, что $\Phi = BS$, где S — площадь сечения образца.

На рис. 75 приведена электрическая схема установки для измерения кривой намагничивания и петли гистерезиса.

2.1. ИЗМЕРЕНИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ

1. Включить в сеть 220 В источник питания постоянного и переменного тока и микроверберметр Ф5050.
2. Привести образец в размагниченное состояние. Для этого подключить его переключателем Π_3 к источнику

переменного тока (положение «Размагничивание»). Увеличить с помощью автотрансформатора АТ напряжение до максимума и плавно снизить его до нуля.

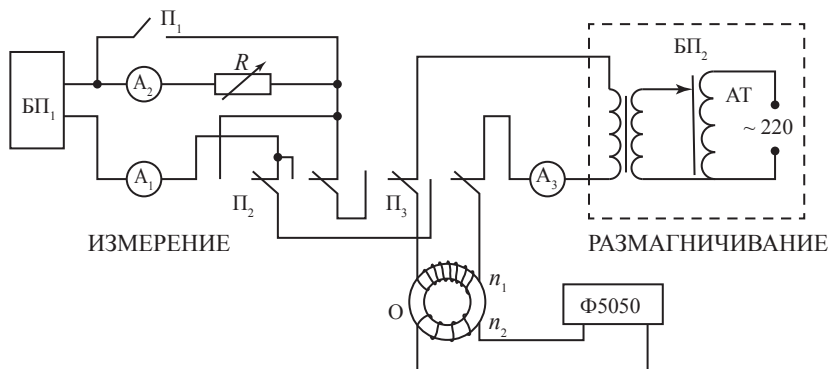


Рис. 75. Электрическая схема установки:

БП₁ — блок питания постоянного тока с регулятором выходного напряжения;
 О — исследуемый образец (привести данные образца); R — магазин сопротивлений; A_1 , A_2 , A_3 — амперметры; Π_1 , Π_2 , Π_3 — переключатели;
 Ф5050 — микроберметр; БП₂ — блок питания для размагничивания образца переменным магнитным полем

3. Поставить тумблер Π_3 в положение «Измерение», т. е. подключить намагничивающую обмотку к источнику постоянного тока. При этом напряжение на источнике должно быть равно нулю. Для измерения кривой индукции пропустить минимальный ток через намагничивающую обмотку n_1 , приведя тем самым образец в некоторое намагниченное состояние, соответствующее точке B_1 на кривой намагничивания (рис. 76). Если ток трудно установить регулятором на самом блоке питания, следует включить в намагничивающую цепь сопротивление R , разомкнув при этом тумблер Π_1 .
4. Подготовить микроберметр к приему сигнала. Для этого нужно нажать кнопку «Пуск» и сразу же после этого изменить магнитный поток в образце на противоположный,

т. е. переключить ток переключателем Π_2 . При этом состояние образца переходит по петле гистерезиса в точку $(-H_1, -B_1)$, т. е. изменение потока

$$|\Delta\Phi_1| = 2B_1Sn_2,$$

где S — площадь поперечного сечения образца. Отсюда

$$B_1 = \frac{|\Delta\Phi_1|}{2n_2S}. \quad (122)$$

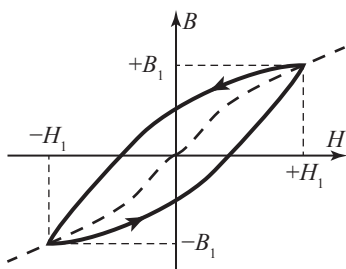


Рис. 76. Использование петли гистерезиса для измерения кривой намагничивания

Время, в течение которого микровеберметр способен воспринять сигнал, определяется положением «Время индикации» и составляет приблизительно 3–4 секунды. Если на микровеберметр посылать сигнал после этого времени, то прибор либо не сработает совсем, либо проинтегрирует импульс частично.

Измерить $\Delta\Phi_2$ при переключении тумблера Π_2 снова в прежнее положение. При этом образец должен возвратиться в состояние $(+H_1, +B_1)$. Поскольку $|\Delta\Phi_1| = |\Delta\Phi_2|$, то нужно взять из них среднее и рассчитать B_1 . Подобным образом произвести измерение не менее 16–20 точек на кривой намагничивания, доведя образец до насыщения. При этом устанавливать нужный ток через намагничивающую обмотку можно при плавном увеличении тока, так как

при уменьшении тока состояние образца вследствие гистерезиса не будет соответствовать кривой намагничивания. Если ток ошибочно установлен больше желаемого, то необходимо установить нужный ток, а затем включить тумблер Π_3 в положение «Размагничивание», размагнитить образец и снова включить его в положение «Измерение».

- В состоянии насыщения (при максимальном токе через намагничивающую обмотку) произвести измерения индукции 5–10 раз для оценки погрешности измерения. Результаты занести в табл. 16.

Таблица 16

Измерение кривой намагничивания

i (мА)	$\Delta\Phi_1$ (мкВб)	$\Delta\Phi_2$ (мкВб)	$\Delta\Phi_{\text{ср}}$ (мкВб)	H (А/м)	B (Тл)	μ

2.2. ИЗМЕРЕНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА

- Привести образец в состояние магнитного насыщения. При этом тумблер Π_1 должен быть замкнут и магазин сопротивления R установлен на 0. В таком случае образец находится в состоянии 0 (рис. 77).

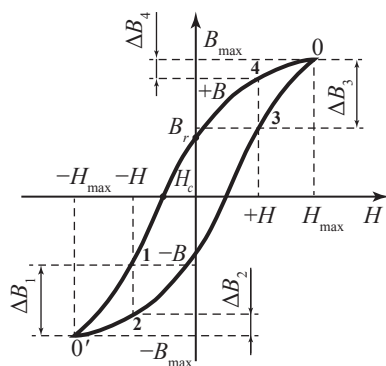


Рис. 77. Измерение петли гистерезиса

2. Разомкнуть тумблер Π_1 и поставить на магазине R такое сопротивление, чтобы ток, а соответственно, и поле уменьшились до величины $+H$, при этом магнитное состояние изменится по «спинке» петли гистерезиса и определится точкой 4: $(+B, +H)$.
3. Изменить направление поля на противоположное с $+H$ до $-H$ тумблером Π_2 . При этом образец приходит в состояние, определяемое точкой 1.
4. Подготовить к приему сигнала микровеберметр нажатием кнопки «Пуск» и замкнуть тумблер Π_1 . Образец придет в состояние насыщения $(-H_{\max}, -B_{\max})$, а микровеберметр покажет изменение потока, соответствующее изменению индукции ΔB_1 от $-B_1$ до $-B_{\max}$. Согласно (119),

$$\Delta B_1 = \frac{\Delta \Phi_1}{n_2 S}. \quad (123)$$

Вычислить координаты точки 1:

$$\Delta B_1 = B_{\max} - \Delta B_1. \quad (124)$$

5. Измерить изменение индукции ΔB_2 . Для этого определить изменение потока $\Delta \Phi_2$ при размыкании тумблера Π_1 . Образец оказывается в состоянии 2. Вычислить по формулам, аналогичным (123), (124), координату B_2 .
6. Переключить направление поля тумблером Π_2 . При этом образец придет в состояние 3. Замкнуть тумблер Π_1 и измерить при этом изменение индукции ΔB_3 . Рассчитать координаты точки B_3 .
7. Разомкнуть тумблер Π_1 и измерить при этом изменение индукции ΔB_4 . Рассчитать координаты точки B_4 . Таким образом, при одном значении H находят координаты четырех точек петли гистерезиса (1, 2, 3, 4 на рис. 77).

Уменьшить ток, поставив на магазине сопротивлений R большее сопротивление и при новом значении поля H повторить весь цикл измерений снова.

Измерить на петле гистерезиса 20–28 точек, проделав соответственно 5–7 циклов измерений. Нужно иметь в виду, что измерение петли гистерезиса проводится с целью определения коэрцитивной силы, поэтому уменьшение тока (поля) надо доводить до значений, меньших коэрцитивной силы. Это довольно просто определить по показаниям микроверберметра, так как в области коэрцитивной силы при переключениях 1–0' и 3–0 $\Delta\Phi$ должно быть приблизительно $\frac{1}{2}\Phi_{\max}$, а это число известно по измерениям кривой намагничивания.

Следует заметить, что при измерении петли гистерезиса менять магнитное состояние можно строго по петле гистерезиса. В случае неправильного изменения состояния можно получить при данном поле значение индукции, лежащее между нисходящей и восходящей ветвями петли гистерезиса. Поэтому в случае ошибочного переключения образец необходимо привести в состояние магнитного насыщения и снимать цикл сначала. Результаты измерений заносятся в табл. 17, а, результаты расчетов — в табл. 17, б.

Измерение петли гистерезиса

Таблица 17, а

i (мА)	$\Delta\Phi_1$ (мкВб)	$\Delta\Phi_2$ (мкВб)	$\Delta\Phi_3$ (мкВб)	$\Delta\Phi_4$ (мкВб)

Таблица 17, б

H	ΔB_1	ΔB_2	ΔB_3	ΔB_4	B_1	B_2	B_3	B_4

3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать величины, входящие в табл. 16 и 17. Напряженность магнитного поля H рассчитывается по формуле (115, а).
2. Используя табл. 16, построить кривые зависимостей $B = f(H)$ и $\mu = f(H)$ (желательно на одном графике).

3. Используя таблицу 17, б, построить петлю гистерезиса.
4. Рассчитать намагниченность насыщения по формулам (109), сравнить ее с намагничивающим полем.
5. Рассчитать погрешности B_{\max} и H_{\max} .
6. В выводах привести основные характеристики ферромагнитного материала: намагниченность насыщения M_s , B_{\max} и H_{\max} (с учетом погрешности), а также μ_{\max} , B_r (остаточную индукцию) и коэрцитивную силу H_c .

4. Контрольные вопросы

1. Дайте определение *намагниченности* образца.
2. В каких единицах измеряется индукция, напряженность магнитного поля и намагниченность в системе СИ и Гаусса?
3. Перечислите основные особенности ферромагнетиков.
4. Начертите схему измерения и объясните принцип ее работы.
5. Как объяснить явление гистерезиса?

5. Творческие вопросы

1. Можно ли на данной установке измерить кривую намагничивания пермаллоя (сплав железа и никеля) с параметрами $B_{\max} = 0,8$ Тл; $H_c = 1$ А/м; $\mu_{\max} = 300\,000$?
2. Можно ли измерить на данной установке коэрцитивную силу в 100; 10^4 ; 10^6 А/м?
3. Можно ли каким-нибудь образом изменить форму импульса (рис. 74)? Приведите схему.
4. В работе сделано приближение о том, что площадь сечения витков вторичной обмотки совпадает с площадью сечения образца; в действительности витки обмотки охватывают образец неплотно. Это приводит к систематической погрешности. Оцените ее величину.
5. Вам требуется измерить только величину коэрцитивной силы. Как бы Вы стали действовать, чтобы как можно быстрее получить результат?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

Измерение петли гистерезиса и кривой намагничивания осциллографическим методом

Цель работы: измерить динамическую кривую намагничивания (двумя методами: осциллографическим и методом эффективных значений); измерить остаточную индукцию и коэрцитивную силу ферромагнитного образца.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ

Исследуемый ферромагнитный образец имеет форму тороида (рис. 69), на который намотано две обмотки: намагничивающая с числом витков n_1 и измерительная с числом витков n_2 . Электрическая схема установки приведена на рис. 78.

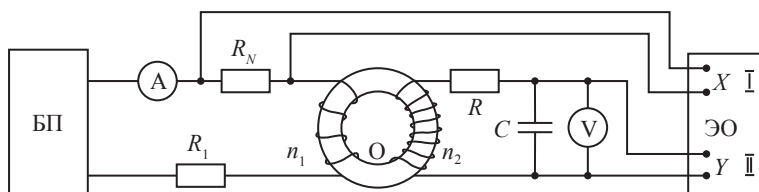


Рис. 78. Схема для получения петли гистерезиса осциллографическим методом:

БП — блок питания переменного тока 0–40 В; R_1 — ограничивающее сопротивление (вмонтировано в блок питания); А — амперметр; R_N — эталонное сопротивление; RC — интегрирующая цепочка (указать значения R и C); ЭО — электронный осциллограф; V — вольтметр; О — образец (указать все данные образца)

Известно, что отклонение луча на осциллографе прямо пропорционально подаваемому напряжению. Поэтому для наблюдения петли гистерезиса на осциллографе необходимо на горизонтально-отклоняющие пластины (пластины X) подать сигнал, напряжение которого прямо пропорционально внешнему полю H , а на вертикально-отклоняющие пластины (пластины Y) — сигнал, пропорциональный индукции B .

Для этого на пластины X подается напряжение с эталонного активного сопротивления R_N , включенного последовательно с намагничивающей обмоткой. Действительно, поскольку напряжение $U_X = iR_N$, а поле H , согласно (115), прямо пропорционально току, отклонение X оказывается пропорциональным магнитному полю H .

По намагничивающей обмотке пускается переменный ток частотой 50 Гц. В результате образец находится в переменном магнитном поле, в котором осуществляется перемагничивание образца с той же частотой.

Для измерения динамической кривой намагничивания необходимо знать, как показано на рис. 66 этого описания, амплитудное значение поля, которое, согласно формуле (115), можно определить как

$$H_0 = \frac{n_1 i_0}{2\pi r_{\text{cp}}}, \quad (125)$$

где i_0 — амплитудное значение переменного тока.

Для измерения амплитудного значения тока в схеме можно использовать два метода.

1. Измерить амперметром A эффективное значение тока в намагничивающей обмотке и, считая ток приблизительно синусоидальным, рассчитать амплитудное значение тока:

$$i_0 = i_{\text{эф}} \sqrt{2}. \quad (126)$$

2. Измерить осциллографом разность потенциалов, соответствующую максимальному отклонению на пластинах X , а затем рассчитать амплитудное значение тока по формуле

$$i_0 = \frac{U_0}{R_N}. \quad (127)$$

Рассмотрим теперь, каким образом на вертикально отклоняющие пластины подается сигнал U_Y , пропорциональный B .

По закону электромагнитной индукции во вторичной обмотке создается ЭДС:

$$\varepsilon = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (128)$$

Если учесть, что $\Phi = BS$, то $\varepsilon = -n_2 S \frac{dB}{dt}$, где n_2 — число витков вторичной обмотки, S — средняя площадь сечения обмотки (поскольку $\mu \gg 1$, можно считать, что основной поток индукции создается за счет B в образце, тогда за S можно принять площадь сечения образца).

Таким образом, на концах вторичной обмотки напряжение пропорционально производной индукции по времени $\varepsilon \sim \frac{dB}{dt}$. Чтобы получить сигнал, пропорциональный B , это напряжение нужно проинтегрировать. Интегрирование осуществляется с помощью RC -цепочки, т. е. последовательно соединенных и специально подобранных сопротивления R и конденсатора C .

Действительно, во вторичной цепи, по закону Кирхгофа, ЭДС индукции равна сумме падений напряжений на самой вторичной обмотке, сопротивлению R и емкости C (рис. 78):

$$\varepsilon = U_{n_2} + U_R + U_C = iR_{n_2} + iR + \frac{Q}{C}, \quad (129)$$

где Q — заряд на обкладках конденсатора, равный $\int idt$.

Подберем сопротивление R таким, чтобы падение напряжения на вторичной обмотке U_{n_2} и падение напряжения на конденсаторе U_C были много меньше U_R . Для этого нужно, чтобы $R \gg R_{n_2}$ и $R \gg 1/\omega C$, где ω — циклическая частота.

Тогда $\varepsilon = iR$, откуда

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{n_2 S}{R} \cdot \frac{dB}{dt}. \quad (130)$$

Следовательно,

$$U_c = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int \frac{n_2 S}{R} \cdot \frac{dB}{dt} dt = \frac{n_2 S B}{CR},$$

откуда

$$B = \frac{CR}{n_2 S} U_c. \quad (131)$$

Таким образом, чтобы отклонение Y было пропорционально B , нужно на вертикально отклоняющие пластины подать напряжение с конденсатора. Амплитудное значение напряжения U_c измеряется с помощью осциллографа по максимальному отклонению луча и вольтметром эффективных значений (в этом случае $U_{0c} = U_{эф} \sqrt{2}$).

2. Порядок измерения

1. Собрать схему и подготовить ее к измерениям, т. е.:
 - а) поставить регулятор блока питания в минимальное положение;
 - б) поставить на амперметре максимальный предел измерения.
2. Попросить преподавателя или лаборанта проверить схему.
3. Включить в сеть 220 В осциллограф, блок питания и дать им прогреться 3–4 минуты. Сфокусировать и отцентрировать луч.
4. Постепенно увеличивая напряжение на блоке питания, пропустить через намагничивающую обмотку максимальный ток, указанный на образце. Подобрать на осциллографе такое усиление по X и Y , чтобы петля гистерезиса не выходила за пределы экрана. Максимальный ток включать на непродолжительное время (**до 5 минут**).
5. Уменьшить ток в намагничивающей обмотке до нуля. Установка готова к измерениям.
6. Измерить по точкам динамическую кривую намагничивания (кривая $B = f(H)$). Для этого, плавно увеличивая ток

через намагничивающую обмотку n_1 , измерить положение вершин частных циклов петель гистерезиса. Значения напряжения удобнее измерять, если попеременно отключать сигналы, поступающие на X и Y . При измерении на осциллографе С1-83 это делается переключателем « $\sim \perp \approx$ »; при этом переключатель ставится в положение \perp . При измерении на осциллографе НМ303-6 сигналы по X и Y отключаются кнопками «GD», расположенными справа от входа сигналов. При измерении положения вершин петель гистерезиса в малых полях можно переключать пределы измерения входных сигналов, чтобы увеличить чувствительность осциллографа. Произвести измерения поля и индукции амперметром и вольтметром эффективных значений. Результаты занести в табл. 18. Здесь $H_{0\text{эф}}$ и $B_{0\text{эф}}$ — амплитудные значения поля и индукции, рассчитанные по измерениям эффективных значений тока и напряжения:

$$H_{0\text{эф}} = \frac{n_1 i_{\text{эф}} \sqrt{2}}{2\pi r_{\text{cp}}}, \quad B_{0\text{эф}} = \frac{CR}{n_2 S} U_{\text{эф}} \sqrt{2},$$

а H_0 и B_0 — амплитудные значения, рассчитанные из осциллографических измерений тока и напряжения:

$$H_0 = \frac{n_1 i_0}{2\pi r_{\text{cp}}}, \quad B_0 = \frac{CR}{n_2 S} U_{0y},$$

где $i_0 = \frac{U_{0x}}{R_N}$.

Таблица 18

Динамическая кривая намагничивания

$i_{\text{эф}}$	$U_{\text{эф}}$	Y дел.	X дел.	U_{0y}	U_{0x}	$i = \frac{U_{0x}}{R_N}$	$H_{0\text{эф}}$	H_0	$B_{0\text{эф}}$	B_0

7. Измерить остаточную индукцию B_r и коэрцитивную силу H_c . Для этого измерить напряжение U_y , соответствующее B_r , и напряжение U_x , соответствующее H_c , для предельной петли гистерезиса и по формулам (125) и (131) рассчитать B_r и H_c .
8. Получить осциллограммы зависимости $B = f(t)$ и $H = f(t)$ и зарисовать их для 2–3 значений тока. Для этого на горизонтально отклоняющие пластины нужно подать напряжение от генератора развертки, а на вертикально отклоняющие пластины — попеременно напряжение $U_x \sim H$ или $U_y \sim B$. Если это делать на осциллографе С1-83, то достаточно нажать на клавишу слева с номером соответствующего канала, а справа нажатием клавиши «I, II» включить генератор развертки. Если слева нажать клавишу «...» то на Y-пластины будут поочередно (с частотой 100 кГц) подаваться сигналы то с I, то со II канала. В этом случае на экране осциллографа будут одновременно видны оба сигнала — $B(t)$ и $H(t)$. На осциллографе НМ303-6 генератор развертки включается и выключается нажатием кнопки «х-у». Объяснить, почему зависимости не являются строго синусоидальными (см. Приложение).

3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Представить результаты измерения динамической кривой намагничивания в таблице и графически. На графике $B = f(H)$ построить две динамические кривые намагничивания, одна из которых получена при измерении амплитудных значений поля и индукции осциллографом, а вторая — расчетом амплитудных значений по измерениям эффективных значений тока и напряжения. Для объяснения имеющегося расхождения привлечь осциллограммы $B = f(t)$ и $H = f(t)$.
2. Оценить погрешности измерений B_{\max} и H_{\max} осциллографическим методом и методом измерения эффективных значений, пользуясь классом точности приборов. В оценку

погрешностей не включать погрешности емкости и сопротивления, так как они дадут одинаковую систематическую погрешность и для осциллографического метода, и для метода эффективных значений. Таким образом для максимальной петли гистерезиса оценить погрешности по классу

точности приборов $\Delta B_0 = B_0 \frac{\Delta U_0}{U_0}$ и $\Delta B_{0\text{эф}} = B_{0\text{эф}} \frac{\Delta U_{\text{эф}}}{U_{\text{эф}}}$ (ана-

логично для H_0 и $H_{0\text{эф}}$). Обозначить погрешности на кривых намагничивания.

3. Привести данные B_{max} , H_{max} (с учетом погрешностей), B_r и H_c .
4. Сделать вывод.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое *динамическая кривая намагничивания*?
2. Что такое *коэрцитивная сила*?
3. Как получить формулу для расчета поля внутри тороида?
4. Какой физический закон положен в основу измерения магнитной индукции?
5. Для какой цели во вторичной цепи используется интегрирующая цепочка?

5. ТВОРЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Что получится на экране осциллографа, если данный ферромагнитный образец нагреть выше точки Кюри?
2. Почему вторичная обмотка образца составляет несколько тысяч витков? Что изменится, если сделать вторичную обмотку с числом витков в 10 раз меньшим?
3. Как изменятся результаты, если взять образец сечением в 2 раза меньшим?
4. Можно ли данным осциллографическим методом измерить петлю гистерезиса на тороидальном образце с коэрцитивной силой 10^5 А/м?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11

Определение кривой намагничивания в переменном магнитном поле

Цель работы: измерить динамическую кривую намагничивания при частоте 50 Гц.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ

Как показано в разделе 3.2, для получения динамической кривой намагничивания необходимо знать положения вершин частных циклов петель гистерезиса, т. е. определить B_{\max} и H_{\max} в каждом цикле при постепенном увеличении этих величин.

Для измерения используется следующая схема:

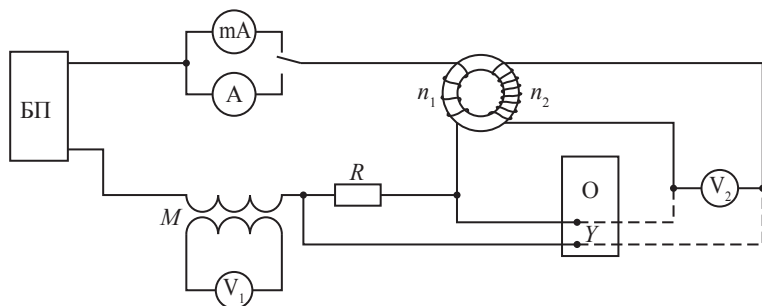


Рис. 79. Схема для получения динамической кривой намагничивания:

БП — блок питания переменного тока; M — катушка взаимной индуктивности;

V_1 и V_2 — вольтметры средних значений; R — активное сопротивление;

O — осциллограф; A — амперметр; mA — миллиамперметр

Данные образца: n_1 — число витков первичной обмотки; n_2 — число витков вторичной обмотки; $r_{\text{ср}}$ — средний радиус тороида; S — площадь сечения.

На ферромагнитный образец в форме тороида (рис. 69) наматывается намагничивающая обмотка числом витков n_1 , через которую пропускается переменный ток. Тем самым в образце создается переменное магнитное поле. На этот же образец наматывается вторичная обмотка с числом витков n_2 , называемая

измерительной, в которой индуцируется ЭДС. Таким образом, схема состоит из двух участков:

- а) цепи намагничивающей, куда входит блок питания, амперметр, намагничивающая обмотка, катушка взаимной индуктивности, сопротивление R ;
- б) цепи измерительной, которая состоит из измерительной катушки n_2 и вольтметра V_2 .

1.1. ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Если в намагничивающей цепи известно амплитудное значение тока за период, то магнитное поле, соответствующее вершине петли, рассчитывается согласно формуле (115):

$$H_0 = \frac{n_1 i_0}{2\pi r_{\text{cp}}} \text{ (А/м)},$$

где i_0 — амплитудное значение тока.

Однако амперметрами в первичной цепи измеряется действующее, или эффективное, а не амплитудное значение тока.

Действующим значением переменного тока называется ток, при котором выделяется такое же количество тепла, как при постоянном токе. Это значит, что теплота, выделяемая за период T при переменном токе, равная, по закону Джоуля — Ленца, $\Delta Q = \int i^2 R dt$, должна быть равна $i_{\text{эф}}^2 \cdot RT$. Если ток в цепи синусоидальный, $i = i_0 \sin(\omega t)$, то

$$i_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_0^2 \sin^2(\omega t) dt} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}. \quad (132)$$

Однако из-за нелинейной зависимости магнитной индукции образца от внешнего поля возникает искажение синусоиды, и это соотношение оказывается несправедливым.

Поэтому i_0 можно определить другим методом с помощью эталонной катушки взаимной индуктивности M и вольтметра средних значений V_1 . Для этого последовательно с намагничивающей обмоткой n_1 включают первичную обмотку эталонной катушки

взаимной индуктивности M . Во вторичной обмотке этой катушки мгновенное значение ЭДС равно

$$\varepsilon = -M \frac{di}{dt}. \quad (133)$$

Средним значением ЭДС называется величина

$$E'_{\text{cp}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \varepsilon dt, \quad (134)$$

которую измеряют вольтметром средних значений. Вольтметр средних значений V_1 , подключенный к катушке взаимной индуктивности, согласно (133) и (134), покажет величину

$$E'_{\text{cp}} = \frac{2}{T} \int_{-i_0}^{+i_0} M di = \frac{4Mi_0}{T} = 4Mi_0 f, \quad (135)$$

где f — частота переменного тока; M — коэффициент взаимной индукции, i_0 — амплитудное значение тока в первичной обмотке.

Таким образом, в работе предлагается определить H двумя способами:

а) через эффективное значение тока в первичной обмотке:

$$H_{0\text{эф}} = \frac{n_1 i_{\text{эф}} \sqrt{2}}{2\pi r} \text{ (А/м)}; \quad (136)$$

б) по измерениям средних значений ЭДС во вторичной обмотке эталонной катушки взаимной индуктивности:

$$H_0 = \frac{n_1 i_0}{2\pi r} \text{ (А/м)}, \quad (137)$$

где i_0 рассчитывается из формулы (135).

Для того чтобы получить представление об искажении синусоидальной зависимости магнитного поля от времени, используется

осциллограф. Для этого в намагничивающую цепь включается активное сопротивление R , на котором падение напряжения $U(t) = i(t)R \sim H(t)$. Следовательно, если подать на Y -пластины осциллографа это напряжение, а на X -пластины — напряжение от генератора развертки осциллографа, то на экране получится картина, отражающая зависимость $H = H(t)$.

1.2. ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКЦИИ

Для измерения индукции B_0 , соответствующей вершине частного цикла, второй вольтметр средних значений подсоединяют к вторичной обмотке образца и измеряют ЭДС. Среднее значение ЭДС за период равно

$$E''_{\text{ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \varepsilon dt = \frac{2}{T} n_2 \int_{-\Phi_0}^{+\Phi_0} d\Phi = \frac{4n_2\Phi_0}{T} = 4n_2SB_0f,$$

откуда в системе СИ

$$B_0 = \frac{E''_{\text{ср}}}{4n_2Sf} \text{ (Тл)}, \quad (138)$$

где S — площадь сечения образца (м^2); f — частота 50 Гц; n_2 — число витков измерительной обмотки; $E''_{\text{ср}}$ — среднее значение ЭДС (в вольтах). В системе Гаусса

$$B_0 = \frac{E''_{\text{ср}} \cdot 10^8}{4n_2Sf} \text{ (Гс)}, \quad (139)$$

где S — площадь сечения в см^2 .

2. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Собрать схему по рис. 79 и составить табл. 19 для занесения экспериментальных данных. Пригласить преподавателя или лаборанта для проверки схемы.

Измерение кривой намагничивания

$i_{\text{эф}}$ (мА)	$E'_{\text{ср}}$ (мВ)	$E''_{\text{ср}}$ (мВ)	$H_{0\text{эф}}$ (А/м)	H_0 (А/м)	B (Тл)	μ

- Измерить кривую намагничивания в параметрах B_0 , H_0 , где H_0 рассчитывается из измерений $E'_{\text{ср}}$.
- Измерить ту же самую кривую в параметрах B_0 , $H_{0\text{эф}}$. Построить обе кривые на одном графике.
- Рассчитать магнитную проницаемость

$$\mu = \frac{B_0}{\mu_0 H_0} \quad (\text{в системе СИ}),$$

или

$$\mu = \frac{B_0}{H_0} \quad (\text{в системе Гаусса}),$$

и построить график зависимости $\mu = f(H_0)$.

- Получить и зарисовать 3–4 осциллограммы $H = f(t)$ и $\frac{dB}{dt} = f(t)$ при разных полях. Для получения осциллограммы нужно на Y-пластины осциллографа подать напряжение со вторичной обмотки образца (показано пунктиром на рис. 79).
- В отчете привести пример численного расчета всех величин: $H_{0\text{эф}}$, H_0 , B и μ — для одного из значений тока.
- Обсудить, почему не совпадают кривые $B = f(H_0)$ и $B = f(H_{0\text{эф}})$.
- В выводах привести основные характеристики данного ферромагнетика: B_0 , $H_{0\text{эф}}$, H_0 — для предельного значения тока с указанием погрешностей, а также значение μ_{max} , найденное из графика.
- С помощью осциллограмм $H = f(t)$ объяснить, почему не совпадают кривые намагничивания, полученные разными методами (см. Приложение).

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая кривая называется *динамической кривой намагничивания*?
2. Почему *динамическая кривая* отличается от *статической*?
3. Какая из кривых $B = f(H_0)$ или $B = f(H_{0\text{эф}})$ точнее отражает реальную характеристику?
4. Чем отличается *среднее значение напряжения* от *эффективного*?
5. Объяснить наличие максимумов на графике $\mu(H_0)$.

4. ТВОРЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Вы располагаете теми же измерительными приборами. Нужно измерить кривую намагничивания на отожженном железе ($B_0 = 21 \cdot 10^5$ Гс; $\mu_{\text{max}} = 10^4$; $H_0 = 0,8$ Э). Сколько витков первичной и вторичной обмотки надо намотать на образец (геометрические размеры задайте сами)? Для получения максимальной индукции поле должно быть приблизительно в 20 раз больше коэрцитивной силы.
2. Что изменится, если на той же установке, при таких же значениях n_1 и n_2 взять образец из того же самого материала, но со средним радиусом тороида 10 см, а площадью сечения 5 см^2 ?
3. Из железа и феррита изготовлены одинаковые по форме образцы. На каком из этих материалов магнитные свойства будут сильнее зависеть от частоты? (Удельное сопротивление железа $12 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, Mn–Zn феррита — $10^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$).
4. Можно ли в данной установке вольтметры средних значений заменить на вольтметры эффективных значений?
5. В данной работе при расчете индукции мы берем в качестве S площадь сечения образца. В действительности витки измерительной обмотки охватывают образец неплотно. Оцените приближенно, какая при этом допускается систематическая погрешность.
6. Предложите еще один способ определения амплитудного значения тока.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

Измерение магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ

Цели работы:

1. Измерить магнитную восприимчивость воды и растворов медного купороса.
2. По известным значениям восприимчивости раствора и растворителя рассчитать восприимчивость растворенного вещества.

1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Измерение магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ чрезвычайно важно для физических исследований, так как это дает возможность в некоторых случаях определять магнитные моменты атомов и молекул, судить об электронной структуре молекул и, что особенно важно, о ее перестройке при разного рода воздействиях. По изменению магнитной восприимчивости твердого тела можно судить о фазовых переходах; по магнитной восприимчивости диамагнетиков определяют размеры атомов и молекул.

Вследствие малой величины магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ методика ее измерения существенно отличается от методики измерения магнитной восприимчивости ферромагнетиков. Основными методами измерения восприимчивости слабомагнитных веществ являются силовометрический, магнитометрический, индукционный и параметрический.

Магнитометрический метод основан на определении индукции вблизи исследуемого образца, помещенного во внешнее магнитное поле. В настоящее время этот метод обещает дать наивысшую чувствительность в определении χ (10^{-9} – 10^{-10}). Такая чувствительность обеспечивается квантовыми градиентометрами, основанными на эффекте Джозефсона в сверхпроводниках.

Индукционный метод состоит в измерении магнитного потока в испытуемом образце посредством измерения индуцированной ЭДС в измерительной обмотке, охватывающей образец.

Параметрический метод. Исследуемый образец вставляется в катушку индуктивности, которая является частью колебательного контура автогенератора; при этом измеряется изменение частоты контура, связанное с восприимчивостью вещества.

Силовой метод является наиболее распространенным способом измерения χ . Он основан на определении механической силы, действующей на образец в неоднородном магнитном поле. Рассмотрим, как действует магнитное поле на магнитный момент. В качестве объекта, обладающего магнитным моментом \vec{P}_m , возьмем небольшую прямоугольную рамку, по которой течет постоянный ток i . Поместим эту рамку в неоднородное магнитное поле с индукцией \vec{B} . На рамку действует вращающий момент $\vec{M} = [\vec{P}_m \times \vec{B}]$, под действием которого она будет поворачиваться до тех пор, пока вращающий момент не станет равным нулю, т. е. пока векторы \vec{P}_m и \vec{B} не окажутся параллельными. В таком состоянии рамка изображена в плоскости XZ на рис. 80.

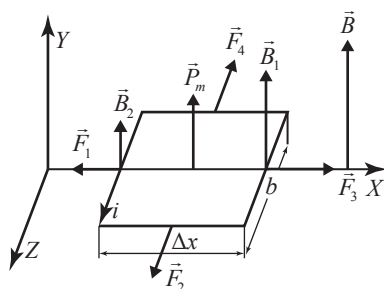


Рис. 80. Действие сил на рамку, помещенную в неоднородное магнитное поле B

Рассмотрим частный случай, когда магнитное поле B направлено перпендикулярно плоскости XZ и изменяется по величине в направлении оси X (одномерный случай). На каждую сторону рамки по закону Ампера $d\vec{F} = i[d\vec{l} \times \vec{B}]$ действуют силы \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 и \vec{F}_4 . Если бы поле B было однородным, то силы \vec{F}_1 , \vec{F}_2

и \vec{F}_3 , \vec{F}_4 были бы попарно равны и рамка оставалась бы неподвижной. Но из-за неоднородности поля силы \vec{F}_1 и \vec{F}_3 будут разными, поэтому рамка начнет двигаться в сторону результирующей силы. Если \vec{P}_m сонаправлен с \vec{B} (как на рис. 80), то результирующая сила направлена перпендикулярно \vec{B} в сторону увеличения поля; если же \vec{P}_m и \vec{B} противоположны — в сторону уменьшения индукции \vec{B} . Пусть стороны рамки равны Δx и b . Тогда

$$\Delta F = F_3 - F_1 = ib(B_1 - B_2). \quad (140)$$

Учитывая, что магнитный момент $P_m = i\Delta S = ib\Delta x$, получаем

$$\Delta F = P_m \frac{\Delta B}{\Delta x}. \quad (141)$$

При рассмотрении общего случая, если поле неоднородно во всем пространстве, сила, действующая на рамку с магнитным моментом \vec{P}_m , равна [17; 18]:

$$\vec{F} = \vec{i}_x \left(\vec{P}_m \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right) + \vec{i}_y \left(\vec{P}_m \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} \right) + \vec{i}_z \left(\vec{P}_m \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \right). \quad (142)$$

Здесь \vec{i}_x , \vec{i}_y , \vec{i}_z — орты декартовой системы координат.

Поскольку магнитный момент единицы объема вещества равен намагнитченности M , то при помещении его в неоднородное магнитное поле B_0 на единицу объема этого вещества будет действовать сила

$$\vec{f} = \vec{i}_x \left(\vec{M} \frac{\partial B_0}{\partial x} \right) + \vec{i}_y \left(\vec{M} \frac{\partial B_0}{\partial y} \right) + \vec{i}_z \left(\vec{M} \frac{\partial B_0}{\partial z} \right) \quad (143)$$

или

$$\vec{f} = \mu_0 M \frac{dH}{dn} \vec{n} = \mu_0 \mathfrak{K} H \frac{dH}{dn} \vec{n}, \quad (144)$$

где \vec{n} — единичный вектор в направлении максимального увеличения внешнего поля.

У парамагнетика намагниченность \vec{M} совпадает по направлению \vec{H} , поэтому при помещении в неоднородное поле он будет вытягиваться в сторону большего поля. У диамагнетика, наоборот, намагниченность \vec{M} противоположна направлению поля \vec{H} , поэтому он будет вытягиваться в сторону меньшего поля. Формально в выражении (144) это обстоятельство отражается знаком восприимчивости χ .

Формулу (144) можно получить и из других соображений. Энергия взаимодействия магнитного момента с внешним полем индукции B равна (в системе СИ) скалярному произведению \vec{P}_m и \vec{B} :

$$W = (\vec{P}_m, \vec{B}_0). \quad (145)$$

В стационарных условиях, т. е. если поле неоднородно, но постоянно во времени, силу, действующую на магнитный момент \vec{P}_m , можно рассчитать как

$$\vec{F} = -(\text{grad } W)_{H=\text{const}}.$$

Если магнитный момент \vec{P}_m направлен по полю, т. е. $\cos(\vec{P}_m, \vec{B}_0) = 1$, а поле неоднородно вдоль одного направления X , то

$$\vec{F}_x = P_m \frac{\partial B_0}{\partial x} \vec{i}_x$$

или, переходя к намагниченности, сила, действующая на единицу объема вещества в неоднородном поле

$$\vec{f}_x = \vec{M} \frac{dB}{dx} = \mu_0 \chi H \frac{\partial H}{\partial x} \vec{i}_x. \quad (146)$$

Это согласуется с формулами (141) и (144).

Если испытуемый образец объемом V настолько мал, что на всем его протяжении выражение $H \frac{\partial H}{\partial x}$ можно считать постоянным, то для измерения χ можно непосредственно воспользоваться дифференциальным уравнением (146) в виде

$$F = \mu_0 \chi H \frac{\partial H}{\partial x} V \quad (\text{метод Фарадея}). \quad (147)$$

Если же размеры испытуемого образца значительны и $H \frac{\partial H}{\partial x}$ нельзя считать постоянной величиной во всех точках образца, то необходимо произвести интегрирование уравнения (146), тогда

$$F = \mu_0 \oint H \frac{\partial H}{\partial x} dV \quad (\text{метод Гуи — Квинке}). \quad (148)$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ПО МЕТОДУ ГУИ — КВИНКЕ

Установка для определения магнитной восприимчивости слабомагнитных жидкостей схематически изображена на рис. 81.

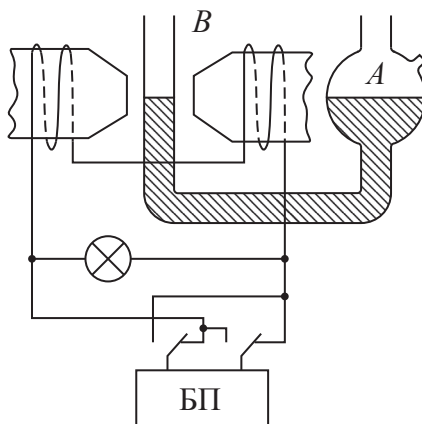


Рис. 81. Схема метода Гуи — Квинке

Она состоит из электромагнита и стеклянной трубки, заполненной частично жидкостью, частично газом (в наших условиях — воздухом). Граница раздела жидкость — газ в узкой части трубки B находится в центре межполюсного пространства. Поверхность жидкости в широкой части сосуда A находится вдали от межполюсного пространства. При пропускании постоянного тока через обмотку электромагнита создается неоднородное магнитное поле вдоль оси трубки B (рис. 82).

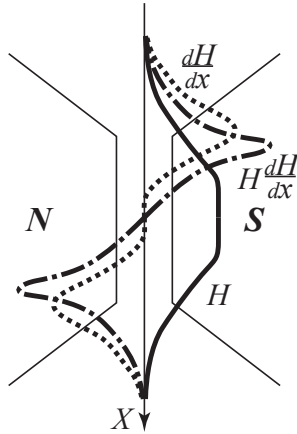


Рис. 82. Зависимость магнитного поля H , градиента поля dH/dx и произведения поля на градиент $H \cdot dH/dx$ в межполюсном пространстве электромагнита

Со стороны этого поля жидкость будет испытывать действие сил, вследствие чего уровень жидкости в трубке B изменится. Обратим еще раз внимание на то, что это явление будет наблюдаться только в неоднородном поле. В однородном поле сила, действующая на внесенное в него тело, равна нулю. Поскольку в кювете Квинке площадь резервуара A значительно больше площади трубки B , то изменением уровня в резервуаре A можно пренебречь и считать, что уровень жидкости изменился только в трубке B на величину Δh . Значение Δh измеряется микроскопом.

Таким образом, в трубке B создается добавочное гидростатическое давление

$$P = \rho g \Delta h. \quad (149)$$

Сила, действующая на жидкость со стороны магнитного поля, согласно (148), равна

$$\vec{F} = \mu_0 \varepsilon_{\text{ж}} \vec{i}_x \int H \frac{dH}{dx} S dx = \mu_0 \varepsilon_{\text{ж}} S \vec{i}_x \int_{H_1}^{H_2} H dH = \frac{1}{2} \mu_0 \varepsilon_{\text{ж}} S (H_2^2 - H_1^2) \vec{i}_x.$$

В данном уравнении H_1 соответствует напряженности магнитного поля, в котором находится жидкость в резервуаре A . Его можно считать равным нулю. Поверхность жидкости в трубке B находится в поле H_{\max} , т. е. в области максимального поля H_{\max} , создаваемого электромагнитом. Поэтому уравнение принимает вид

$$\vec{F}_x = \frac{1}{2} \mu_0 \alpha_{\text{ж}} S H_{\max}^2 \vec{i}_x. \quad (150)$$

Равновесие наступает, когда сила стороны магнитного поля будет скомпенсирована силами гидростатического давления:

$$F = \rho g h S, \quad (151)$$

где S — площадь трубки B . Тогда

$$\frac{1}{2} \mu_0 \alpha_{\text{ж}} S H_{\max}^2 = \rho g h S, \quad (152)$$

откуда объемная восприимчивость

$$\alpha_{\text{ж}} = \frac{2 \rho g h}{\mu_0 H^2}. \quad (153)$$

Для удельной восприимчивости жидкости получим

$$\chi_{\text{ж}} = \frac{\alpha_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}}} = \frac{2 g h}{\mu_0 H^2} \quad (\text{в системе СИ}), \quad (154, a)$$

или

$$\chi_{\text{ж}} = \frac{2 g h}{H^2} \quad (\text{в системе Гаусса}). \quad (154, б)$$

Напомним, что в системе Гаусса h измеряется в см, g измеряется в см/с², H измеряется в Э (эрстед).

При более строгом выводе формулы следует учесть влияние магнитного поля не только на жидкость, но и на газ, граничащий с жидкостью. В этом случае получается

$$\chi_{\text{ж}} = \frac{2 g h}{\mu_0 H^2} \left(1 - \frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}} \right) + \frac{\chi_{\text{г}} \rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}, \quad (155)$$

где $\rho_{\text{г}}$ — плотность газа; $\chi_{\text{г}}$ — удельная восприимчивость газа.

Ясно, что поскольку $\rho_r \ll \rho_{ж}$, то формула (155) приближенно равна выражению (154).

Физики из Института физики металлов Р. И. Янус и Я. С. Шур разработали методику и изготовили установку для определения восприимчивости инертных газов, используя идею метода Квинке (155). Результаты, полученные в 1937 г., имели фундаментальное значение, так как было подтверждено, что все инертные газы являются диамагнитными, а восприимчивость их растет пропорционально квадрату радиуса атома (106) [18].

Для вычисления магнитной восприимчивости растворенного вещества χ_v по магнитной восприимчивости раствора $\chi_{рв}$, можно допустить, что магнитная восприимчивость подчиняется правилу аддитивности (смешения). Другими словами, растворитель (вода) и растворенное вещество вносят свой вклад в восприимчивость пропорционально массе, а восприимчивость раствора получается усредненной. Поэтому для определения магнитной восприимчивости растворенного вещества χ_v , зная восприимчивость c -процентного раствора $\chi_{рв}$ и восприимчивость растворителя χ_p (в нашем случае дистиллированной воды), можно воспользоваться правилом смешения

$$100\chi_{рв} = c\chi_v + (100 - c)\chi_p$$

или

$$\chi_v = \frac{100\chi_{рв} - (100 - c)\chi_p}{c}. \quad (156)$$

3. Порядок выполнения работы

Внимание! При работе необходимо тщательно следить за тем, чтобы не возникали ошибки вследствие влияния поверхностного натяжения. Поэтому капиллярная трубка B должна быть тщательно промыта непосредственно перед измерениями. Работу нужно выполнять в следующем порядке:

1. Отсоединить трубку B .
2. Небольшой кусок ваты намотать на кончик проволоки, смочить его в дистиллированной воде и макнуть в стиральный

- порошок. Затем протереть трубочку несколько раз и повторить операцию с новым куском ваты.
3. Промыть трубку дистиллированной водой.
 4. Остальную часть сосуда промыть сначала проточной, а затем дистиллированной водой.
 5. Подсоединить трубку, залить в сосуд дистиллированную воду. Проследить, чтобы в канале трубки не было пузырьков воздуха. Подвесить кювету Квинке между полюсами электромагнита так, чтобы мениск жидкости в капилляре был в центре межполюсного пространства.
 6. Измерить с помощью измерительного микроскопа величину смещения Δh мениска жидкости в трубке при включении тока в обмотке электромагнита (при трех значениях тока: например, 9, 12, 15 А). Вода является диамагнетиком ($\chi < 0$) и, следовательно, Δh должно иметь отрицательный знак. Водные же растворы могут быть как диамагнитными, так и парамагнитными, поэтому при измерениях необходимо фиксировать знак Δh . В микроскопе получается перевернутое изображение. Цена деления микроскопа указана на установке.
 7. Измерить восприимчивость растворов медного купороса CuSO_4 , последовательно заливая в сосуд растворы 5, 10, 15 и 20 %-ной концентрации.
 8. Измерить флюксметром с помощью эталонной катушки напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита при тех же токах в обмотке, при которых измерялась магнитная восприимчивость. **Внимание!** При всех измерениях для предохранения обмотки от перегрева ток в обмотку включается на небольшой промежуток времени!
 9. Тщательно промыть сосуд дистиллированной водой и подвесить на отведенное ему место на стене.

4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Произвести расчет восприимчивости воды и растворов по формуле (154). Обязательно указать, в какой системе единиц рассчитана восприимчивость.
2. Полученные результаты изобразить графически в координатах $\chi = f(c)$, где c — концентрация раствора.
3. По формуле (156) вычислить магнитную восприимчивость растворенного вещества.
4. Оценить погрешности измерения восприимчивости воды и CuSO_4 .
5. Сделать выводы по работе.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему для измерения восприимчивости слабомагнитных веществ требуется неоднородное поле?
2. Что такое *объемная, удельная и молярная восприимчивость*?
3. Какие силы действуют на магнитный диполь, помещенный в однородное и неоднородное магнитное поле?
4. Чем объясняется явление диамагнетизма?
5. Какова природа парамагнетизма?

6. ТВОРЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Втягиваться или выталкиваться будет жидкость из межполюсного пространства, если и жидкость, и газ будут парамагнитными, но $\chi_{\text{г}} > \chi_{\text{ж}}$, $\chi_{\text{ж}} > \chi_{\text{г}}$?
2. Определите восприимчивость вещества не по формуле (156), а с помощью метода наименьших квадратов для линейной регрессии.
3. Предложите какой-нибудь другой способ измерения поля между полюсами магнита.
4. Каким образом по диамагнитной восприимчивости можно оценить размеры электронной оболочки атома? Всегда ли можно производить оценку размеров по восприимчивости, если она оказалась отрицательной?

5. Произведите оценку систематической погрешности, которая получается из-за неучета восприимчивости воздуха.
6. Можно ли на данной установке вместо флюксметра М119 поставить цифровой микровеберметр Ф5050?
7. Каким образом можно установить, чисто ли диамагнитным является вещество или в восприимчивости содержится парамагнитная составляющая?
8. Каким образом можно выделить из общей восприимчивости диамагнитную или парамагнитную часть?

Приложение

Причины искажения синусоидальности поля и индукции

Рассмотрим особенности простейшей схемы с ферромагнитным сердечником (рис. 83).

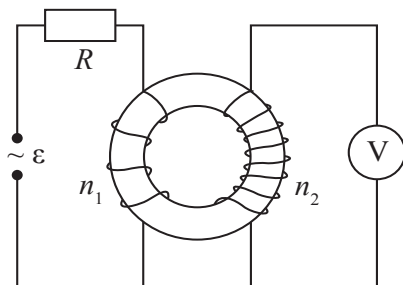


Рис. 83. Схема с ферромагнитным сердечником
в переменном поле

Запишем уравнение Кирхгофа для намагничивающей цепи. Сумма падений напряжений на отдельных участках замкнутой цепи должна быть равна сумме действующей в цепи ЭДС. В намагничивающей цепи имеется три источника ЭДС:

- 1) ЭДС источника питания ε ;
- 2) ЭДС самоиндукции первичной обмотки ферромагнитного образца

$$\varepsilon_1 = -\frac{d(Li_1)}{dt},$$

где L — индуктивность первичной обмотки; i_1 — ток в первичной цепи;

3) ЭДС взаимной индукции, вызванная влиянием вторичной обмотки на первичную

$$\varepsilon_M = -\frac{d(Mi_2)}{dt},$$

где M — коэффициент взаимной индукции первичной и вторичной обмоток образца; i_2 — ток во вторичной обмотке.

Таким образом, уравнение Кирхгофа будет иметь вид

$$\varepsilon - \frac{d(Li_1)}{dt} - \frac{d(Mi_2)}{dt} = Ri_1, \quad (157)$$

где Ri_1 — падение напряжения на активном сопротивлении намагничивающей цепи.

Поскольку сопротивление вторичной обмотки велико (сопротивление вольтметра несколько МОм), в данной схеме можно пренебречь током во вторичной обмотке, т. е. членом

$$d\frac{(Mi_2)}{dt}.$$

Кроме того, следует учесть, что индуктивность L нельзя выносить из-под знака дифференциала, так как она непостоянна. Уравнение (157) можно переписать:

$$\varepsilon = L \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL}{dt} + Ri_1. \quad (158)$$

В решение этого уравнения $i_1 = f(t)$ обязательно входит значение индуктивности L . Известно, что индуктивность

$$L = \mu_0 \mu n_1^2 \frac{V}{l^2}, \quad (159)$$

где n_1 — число витков первичной обмотки; V — объем образца; l — длина средней линии тороида; μ — магнитная проницаемость образца.

Если бы L была постоянной, то решением уравнения (158) была бы функция $i = i_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, где i_0 и ω были бы постоянными величинами, зависящими от параметров ε , L и R . Однако величина μ не является для ферромагнетиков постоянной. Она, как и ε , сама сложным образом зависит от поля (рис. 63), а поскольку поле переменное, то и от времени. Поэтому вид функции $L(t)$ неизвестен. Очевидно только, что решением уравнения (158) будет сложная периодическая функция $i = f(t)$, представляющая собой искаженную синусоиду. Записать аналитический вид этой функции не представляется возможным, но довольно просто можно получить графическое решение уравнения (158) с помощью осциллографа. Для этого нужно с активного сопротивления R подать напряжение на вертикально отклоняющие пластины осциллографа, а на горизонтально отклоняющие пластины подать напряжение с генератора развертки. При этом на экране осциллографа получится зависимость $U_R = f(t)$, но, так как напряжение U_R прямо пропорционально току, а значит, и напряженности магнитного поля, можно считать, что на экране осциллографа наблюдается зависимость $H = f(t)$. Рассмотрим в качестве примера два предельных случая.

Случай 1. Предположим, что в первичной цепи активное сопротивление R ничтожно мало, т. е. индуктивное сопротивление первичной обмотки образца больше, чем активное сопротивление. Тогда из уравнения (157) следует, что

$$\varepsilon = n_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (160)$$

Поскольку ε — ЭДС источника — имеет синусоидальный характер, то и магнитный поток, а следовательно, и индукция будут меняться по синусоиде, т. е. $B = B_0 \cdot \sin(\omega t)$. На рис. 84, а показано, как по известной зависимости $B = f(t)$ и петле гистерезиса $B = f(H)$ можно построить зависимость $H = f(t)$. Для этого сначала строят петлю гистерезиса $B = f(H)$ и временную зависимость $B = f(t)$ так, чтобы оси B были параллельны, а ось времени t была продолжением оси H .

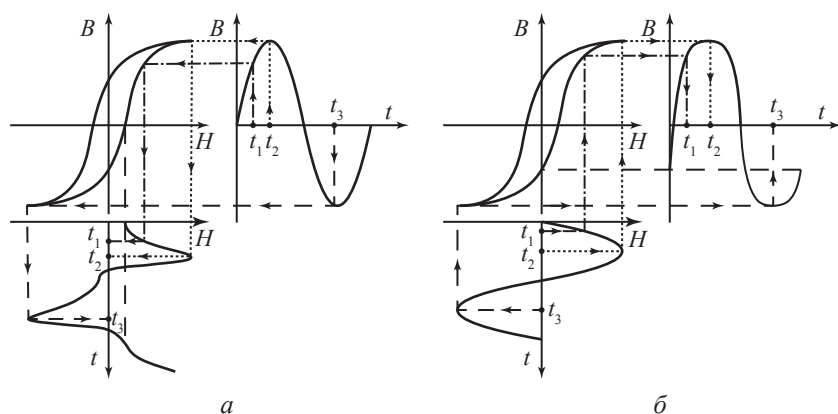


Рис. 84. Искажение синусоидальности вследствие нелинейности зависимости $B = f(H)$:

а — магнитного поля и б — магнитной индукции

Затем проводят координатные оси для зависимости $H = f(t)$ так, чтобы оси H были параллельны, а ось времени t проходила через начало координат петли гистерезиса и являлась продолжением оси B . Масштаб времени должен быть одинаков. Далее стрелками показано, как строится зависимость $H(t)$. Пусть, например, момент времени $t = 0$ соответствует коэрцитивной силе в положительном направлении оси H . При этом $B = 0$. Отложим момент времени t_1 на обеих осях и определим в этот момент $B(t_1)$, затем найдем эту точку на петле гистерезиса и спроецируем ее на ось H . Видно, что зависимость $H = f(t)$ — сильно искаженная синусоида; очевидно, что степень искаженности синусоиды зависит от

характера зависимости $B(H)$. Если бы $B(H)$ была прямая, то искажения синусоиды не произошло бы. Поэтому часто такие изменения синусоиды называются нелинейными искажениями.

Случай 2. Предположим теперь, что активное сопротивление первичной обмотки настолько велико, что в уравнении (157) можно считать $\varepsilon = Ri$. В этом случае, поскольку $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \sin(\omega t)$, ток тоже будет синусоидальным, следовательно, и поле будет изменяться со временем как $H = H_0 \cdot \sin(\omega t)$. В этом случае индукция в зависимости от времени из-за нелинейности петли гистерезиса оказывается несинусоидальной. На рис. 84, б показано, как по данным $B = f(H)$ и $H = f(t)$ построена зависимость $B = f(t)$.

Практически реализуется промежуточный случай. Кривая намагничивания в переменном поле даже для одного и того же образца зависит от характера зависимости поля от времени. Поэтому на практике для снятия магнитных характеристик строятся подобрать условия, близкие к эксплуатационным.

Заключение

Цель данного раздела — дать базовые представления об измерениях магнитных свойств различных веществ. Многие разделы физики магнитных явлений остались в стороне. Среди них можно выделить *магнитную анизотропию* (зависимость магнитных свойств от направления), *магнитострикцию* (изменение размеров тела при изменении его намагниченности), *магнитокалорический эффект* (изменение температуры тела при адиабатическом намагничивании), *спиновые волны* (волны намагниченности), *магнитный резонанс* (резонансное поглощение радиочастотного излучения некоторыми атомными частицами, помещенными в постоянное магнитное поле) и мн. др. Знакомство с ними ждет студентов на старших курсах после успешного освоения ряда теоретических дисциплин: «Электродинамика», «Термодинамика», «Квантовая физика», «Статистическая физика» (в зависимости от направления подготовки). Подогревая любопытство и интерес читателей к дальнейшему самостоятельному изучению

дисциплины, отметим динамичное развитие физики магнитных явлений в последние годы.

Ведутся активные исследования процессов перемангничивания ферромагнитных тонких пленок при нагреве пикосекундными лазерными импульсами. Наблюдаемые явления [19] могут лечь в основу новой технологии записи информации (на смену HAMR — Heat-assisted magnetic recording). Частота ее работы может достигать ТГц при сохранении высокой плотности записи. Бурное обсуждение получила идея записи и хранения информации [20], в которой в качестве отдельного бита выступает доменная стенка или же скирмион⁴ (Racetrack memory). При этом скирмионы сами по себе представляют большой интерес для ученых.

Большое внимание привлекают к себе нанокompозиты на основе обменносвязанных фаз разнородной магнитной твердости [21] (а также на основе ферромагнитных и антиферромагнитных фаз). Данные структуры рассматриваются, как одни из кандидатов в энергоемкие постоянные магниты будущего; ведутся работы по решению технологических трудностей при их лабораторном синтезе и промышленном масштабировании. Отдельная тенденция в области современных магнитотвердых материалов — попытки снизить использование в них редкоземельных элементов (Nd, Pr, Dy, Sm и др.).

Информацию об этих и других передовых исследованиях, в том числе в области спинтроники и биоманитных приложений, а также базовую теорию читатель может найти в русских [17; 18; 22] и зарубежных изданиях [23; 24].

⁴ Скирмион — это локальное упорядочение атомных магнитных моментов, имеющее форму вихря.

Тема 4

ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

В первых двух разделах данной темы представлена общая теория, в которой вводится понятие колебательного контура, рассматриваются свободные и вынужденные колебания. Приводятся дифференциальные уравнения и их решения, из которых, в частности, следует явление резонанса, а также основные параметры: время релаксации, логарифмический декремент колебаний и добротность контура. Подготовку к выполнению конкретной лабораторной работы требуется начинать именно с прочтения данной теоретической части.

Изучение активной и реактивной мощности, а также сдвига фаз между током и напряжением в электрических цепях с реактивным сопротивлением проводится в лабораторной работе № 13 с помощью цифровых приборов на самостоятельно собранной схеме.

Целью лабораторной работы № 14 является исследование вынужденных электрических колебаний. Для самостоятельно собранного контура студентам предлагается измерить резонансные кривые напряжения при варьировании активного сопротивления и емкости. Из этих данных определяется добротность контура и выполняется сравнение с теоретическим значением.

Лабораторная работа № 15 посвящена изучению свободных затухающих электрических колебаний. Она компьютеризирована на основе модуля CASSY Lab, который позволяет в программной среде анализировать собранные студентами электрические контуры. Помимо определения параметров колебаний также строятся их частотные спектры. Отдельным заданием работы является наблюдение критического режима.

4.1. Свободные электрические колебания

4.1.1. Колебательный контур. Свободные колебания

Рассмотрим колебательный контур, состоящий из последовательно соединенных емкости C , индуктивности L и сопротивления R (рис. 85). Для простоты будем считать, что контур имеет сосредоточенные параметры, т. е. вся емкость цепи сосредоточена в конденсаторе C , индуктивность всей цепи — в индуктивности L , а сопротивление — в R .

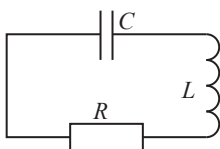


Рис. 85. Схема для получения свободных электрических колебаний

Рассмотрим процессы, протекающие в такой цепи, если на конденсатор C подать напряжение от внешнего источника, а затем отключить его. Оказываясь замкнутым на катушку индуктивности L и сопротивление R , конденсатор разряжается, порождая тем самым ток в цепи контура. Будем считать, что рассматриваемая цепь квазистационарна, т. е. значение силы тока в данный момент времени во всех сечениях цепи одинаково. Это означает, что время распространения сигнала по цепи $t = \frac{l}{c}$, где l — длина цепи, а c — скорость света, должно быть много меньше периода колебаний T . В этом случае можно воспользоваться правилами Кирхгофа. По второму правилу Кирхгофа, сумма падений напряжений на всех элементах замкнутого контура равна сумме ЭДС, действующих в контуре. Применим это правило к нашему контуру.

По закону Ома, падение напряжения на сопротивлении R равно $U_R = Ri$, на конденсаторе $U_C = \frac{q}{C}$, где q — заряд на обкладках конденсатора, а i — мгновенное значение переменного тока.

Сторонние ЭДС в контуре не действуют, поэтому мы должны учесть только ЭДС самоиндукции в катушке индуктивности:

$$\varepsilon_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}. \quad (161)$$

С учетом этого второе правило Кирхгофа для рассматриваемого контура имеет вид:

$$Ri + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}. \quad (162)$$

Используя определение тока

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (163)$$

получим:

$$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}.$$

Тогда уравнение (162) принимает вид:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (164)$$

Разделив уравнение (164) на L и введя обозначения:

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad (165)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad (166)$$

получим:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (167)$$

Решение уравнения (167), как следует из теории дифференциальных уравнений, имеет вид:

$$q(t) = Ae^{\lambda t}. \quad (168)$$

Подставляя $q(t)$ в (167), получим характеристическое квадратное уравнение

$$\lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0, \quad (169)$$

откуда

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (170)$$

Так как уравнение (169) имеет два корня, то решением уравнения будет линейная комбинация

$$q(t) = A_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + A_2 \cdot e^{\lambda_2 t}. \quad (171)$$

Из выражения (170) видно, что в зависимости от соотношения между δ и ω_0 , т. е. при разных параметрах контура R , L и C , характер решения уравнения (167) различен. Возможны *четыре варианта зависимости $q(t)$* : гармонические колебания, затухающие колебания, аperiodический разряд и особый случай, называемый критическим, когда $\delta = \omega_0$. При этом сопротивление R , согласно (165) и (166):

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (172)$$

Это сопротивление называют *критическим*.

1. Пусть $\delta > \omega_0$, т. е. $R > R_{\text{кр}}$. В этом случае λ_1 и λ_2 в решении (171) будут вещественными отрицательными числами, а само решение представляет алгебраическую сумму функций, экспоненциально убывающих со временем. Такой режим называется *aperиодическим*. При разных начальных условиях изменение q со временем t будет иметь различный вид. Один из возможных графиков зависимости $q(t)$ представлен на рис. 86.

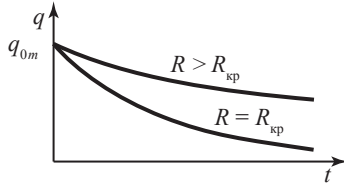


Рис. 86. Зависимость заряда на конденсаторе от времени при критическом и аperiodическом режимах

2. Рассмотрим *критический режим*, т. е. $\delta^2 = \omega_0^2$. В этом случае λ_1 и λ_2 равны, и, согласно теории дифференциальных уравнений, решение (171) сводится к виду:

$$q(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\delta t}. \quad (173)$$

Постоянные A_1 и A_2 определяются из начальных условий. Положим, что в момент времени $t = 0$ заряд на обкладках конденсатора имеет максимальное значение q_{0m} и, следовательно, ток в цепи равен 0.

$$q(0) = q_{0m}; \quad \left. \frac{dq}{dt} \right|_{t=0} = i(0) = 0. \quad (174)$$

Подставив эти условия в (173), получим:

$$A_1 = q_{0m}; \quad A_2 = q_{0m} \delta. \quad (175)$$

Таким образом, закон изменения заряда на конденсаторе будет иметь вид

$$q(t) = q_{0m} (1 + \delta t) e^{-\delta t}. \quad (176)$$

График этой зависимости также приведен на рис. 86.

3. Пусть теперь $\delta^2 < \omega_0^2$, т. е. $R < R_{kp}$. Тогда λ_1 и λ_2 становятся комплексными числами

$$\lambda_1 = -\delta + i\omega; \quad \lambda_2 = -\delta - i\omega, \quad (177)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad (178)$$

а i — мнимая единица. При малом затухании ($\delta < \omega_0$) с помощью формул Эйлера⁵ решение (171) можно привести к виду:

$$q(t) = q_{0m} e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (179)$$

График этой функции представлен на рис. 87. Таким образом, заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону затухающего колебания с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (180)$$

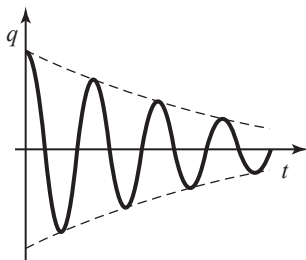


Рис. 87. Зависимость заряда на конденсаторе от времени при $R < R_{\text{кр}}$

Эти колебания называются *свободными затухающими колебаниями*, а уравнение (167) при $R < R_{\text{кр}}$ называют уравнением свободных затухающих колебаний в колебательном контуре. Причиной колебательного процесса является наличие в контуре индуктивности, благодаря чему энергия электрического поля переходит в энергию магнитного поля и наоборот. Причиной же затухания является наличие омического сопротивления, на

⁵ Формулы Эйлера: $\cos \varphi = \frac{e^{+i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}$; $\sin \varphi = \frac{e^{+i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$.

котором эта энергия рассеивается в виде джоулева тепла, что приводит к уменьшению амплитуды колебаний по закону

$$q_0 = q_{0m} e^{-\delta t}. \quad (181)$$

Величина δ , определяющая быстроту затухания колебаний, называется *коэффициентом затухания*.

Заметим, что, зная закон $q(t)$, можно найти изменения от времени и других электрических величин в контуре: тока $i(t)$ (163), напряжения на конденсаторе $U_C(t)$, ЭДС индукции $\varepsilon_L(t)$ (161). Очевидно, это тоже будут затухающие колебания.

При $\delta \neq 0$ заряд $q(t)$ не является строго периодической функцией времени, так как

$$q(t) \neq q(t+T).$$

Говорить о периоде этой функции можно только в том смысле, что она принимает нулевые значения через равные промежутки времени (рис. 87).

Выясним смысл критического сопротивления. Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (182)$$

При $R \rightarrow R_{\text{кр}}$ период колебаний стремится к бесконечности, и режим свободных затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора сменяется аperiodическим разрядом.

4. Наконец, рассмотрим случай, когда сопротивления нет, т. е. $\delta = 0$. В этом случае

$$\lambda = \pm \omega_0 i,$$

а решение (171), с учетом начальных условий (174), будет иметь вид

$$q(t) = q_{0m} \cos(\omega_0 t). \quad (183)$$

Это случай незатухающих колебаний. Частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (184)$$

называется *собственной частотой колебаний*. Период колебаний при этом определяется формулой Томпсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Затухание колебаний, наряду с коэффициентом затухания δ , принято характеризовать логарифмическим декрементом колебаний θ и добротностью Q .

4.1.2. Логарифмический декремент колебаний

Логарифмическим декрементом колебаний θ называется величина

$$\theta = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}} = \delta T, \quad (185)$$

где q_n — амплитуда заряда n -го колебания; q_{n+1} — амплитуда заряда $(n + 1)$ -го колебания; T — период колебаний.

Если колебания затухают слабо, то можно определить логарифмический декремент как

$$\theta = \frac{1}{k} \ln \frac{q_n}{q_{n+k}}, \quad (186)$$

где q_{n+k} — амплитуда заряда $(n + k)$ -го колебания.

Найдем, через сколько периодов k амплитуда колебаний в контуре уменьшится в e раз. При этом условии из закона колебаний (179) получим:

$$\frac{q_n}{q_{n+k}} = \frac{q_{0m} e^{-\delta t}}{q_{0m} e^{-\delta(t+kT)}} = e^{\delta k T} = e^{\theta k} = e. \quad (187)$$

Отсюда

$$\theta = \frac{1}{k}. \quad (188)$$

Таким образом, *логарифмический декремент колебаний* — это величина, обратная числу колебаний k , совершаемых за время, в течение которого амплитуда уменьшается в e раз.

Запишем формулу логарифмического декремента колебаний (185) в ином виде. Подставим в (185) значение (165) для δ и заменим T через $\frac{2\pi}{\omega}$. Тогда для θ получим следующее выражение

$$\theta = \frac{R}{2L} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi R}{L \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (189)$$

В случае слабых затуханий ($\delta \ll \omega_0$) из формулы (189) и (184) получим:

$$\theta \approx \frac{\pi R}{L\omega_0} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (190)$$

4.1.3. Добротность контура

В радиотехнике вместо логарифмического декремента колебаний чаще пользуются понятием добротности контура. Добротность контура играет важную роль при настройке приемника на определенную частоту, в селективных усилителях, в некоторых схемах для стабилизации напряжения и тока. Добротность контура Q определяется как

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi k, \quad (191)$$

т. е. добротность контура тем выше, чем большее число колебаний совершится прежде, чем амплитуда колебаний уменьшится в e раз. Время, за которое амплитуда колебаний уменьшается

в e раз, называется *временем релаксации*. В случае слабых затуханий, подставив (190) в (191), получим:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (192)$$

Рассмотрим физический смысл добротности. Энергия W_0 , запасенная в контуре в начале цикла, равна $\frac{q_0^2}{2C}$, а через период, согласно (179),

$$\frac{q_0^2}{2C} e^{-2\delta T},$$

где q_0 — первоначальный заряд конденсатора.

За период теряется энергия

$$\Delta W = W_0 (1 - e^{-2\delta T}). \quad (193)$$

Воспользуемся разложением в ряд функции $e^{-2\delta T}$. Напомним, что e^{-x} разлагается в ряд как

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots$$

В случае слабого затухания (δ малó) можно ограничиться двумя первыми членами разложения, тогда, с учетом (193), (185) и (191),

$$\Delta W \cong W_0 \cdot 2\delta T = W_0 \cdot 2\theta = W_0 \cdot \frac{2\pi}{Q}. \quad (194)$$

Из (194) следует, что

$$Q = 2\pi \frac{W_0}{\Delta W}, \quad (195)$$

т. е. *добротность* показывает, во сколько раз энергия, запасенная в контуре, больше потери энергии за промежуток времени, в течение которого фаза колебаний изменяется на один радиан.

4.2. Вынужденные электрические колебания

4.2.1. Колебательный контур. Вынужденные колебания под действием гармонической ЭДС

Для возбуждения вынужденных колебаний в цепи колебательного контура подключим его к внешней ЭДС, изменяющейся по гармоническому закону (рис. 88)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t), \quad (196)$$

где ε_0 — амплитудное значение внешней ЭДС; ω — ее круговая частота.

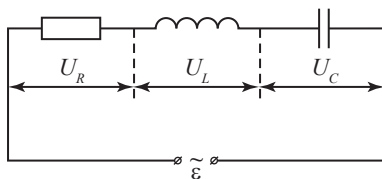


Рис. 88. Схема для получения вынужденных колебаний

Ток в цепи, по второму закону Кирхгофа, удовлетворяет уравнению

$$U_R + U_C = \varepsilon + \varepsilon_L \quad (197)$$

или

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos(\omega t). \quad (198)$$

Член $L \frac{di}{dt}$ в левой части можно рассматривать как падение напряжения на индуктивности, т. е. $U_L = -\varepsilon_L = L \frac{di}{dt}$. Поделив уравнение на L и учитывая (165) и (166), получим:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos(\omega t). \quad (199)$$

Уравнение (199) есть неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Решение его может быть представлено (в чем можно убедиться подстановкой) в виде

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t), \quad (200)$$

где $q_1(t)$ — это решение (179) однородного уравнения (167); $q_2(t)$ — частное решение уравнения (199):

$$q_2(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (201)$$

Таким образом,

$$q(t) = q_{0m} e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \alpha) + q_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (202)$$

где δ и ω' определяются из (165) и (180), а ω — частота внешней ЭДС.

Первое слагаемое вносит вклад в решение (202) лишь в начальный момент, так как со временем оно стремится к нулю. Таким образом, $q_1(t)$ можно пренебречь и за решение уравнения (199) принять установившиеся колебания, описываемые выражением (201).

Подставляя (201) в уравнение (199), определим q_0 и φ :

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{L \sqrt{4\delta^2 \omega^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2}}, \quad (203)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (204)$$

где ω_0 — частота собственных колебаний. Подставляя в формулы для q_0 и $\operatorname{tg}(\varphi)$ значения $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ и $\delta = \frac{R}{2L}$, после несложных преобразований получим:

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}, \quad (205)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{R}{\omega L - 1/\omega C}. \quad (206)$$

Зная зависимость от времени заряда конденсатора $q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$, можно найти зависимость от времени силы тока $i(t)$, напряжения на катушке индуктивности $U_L(t)$, падения напряжения на емкости $U_C(t)$ и на сопротивлении $U_R(t)$. Действительно,

$$i = \frac{dq(t)}{dt} = -q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) = q_0 \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (207, a)$$

$$U_R = iR = q_0 \omega R \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (207, б)$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (207, в)$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} = q_0 L \omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi). \quad (207, г)$$

Отсюда видно, что, хотя частота колебаний всех электрических величин совпадает с частотой внешней ЭДС, фазы напряжений на R , L и C не совпадают.

Из рассмотрения соотношений (207) видно, что как ток $i(t)$, так и $U_R(t)$ опережают по фазе напряжение на емкости на $\frac{\pi}{2}$ и отстают на $\frac{\pi}{2}$ от напряжения на индуктивности. Напряжения на индуктивности и на емкости изменяются в противофазах (сдвиг π).

Это обстоятельство отражено на векторной диаграмме (рис. 89). В качестве прямой, от которой отсчитывается начальная фаза, взята ось тока и по ней откладывается амплитудное значение U_{0R} , поскольку ток и напряжение на активном сопротивлении изменяются без сдвига фаз. С опережением или отставанием в $\frac{\pi}{2}$

по фазе, согласно (207), откладываются соответственно амплитудные напряжения U_{0L} и U_{0C} . Складывая векторно эти напряжения, получаем амплитудное значение результирующего напряжения, которое и является амплитудой внешней ЭДС. Из диаграммы (рис. 89) легко получить значение $\text{tg}(\varphi)$.

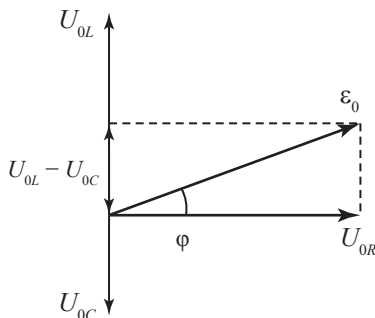


Рис. 89. Векторная диаграмма напряжений в последовательном контуре

Учитывая, что

$$\varepsilon_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = i_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2},$$

получаем закон Ома для цепи переменного тока:

$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (208)$$

Для вынужденных колебаний характерно явление *резонанса*, которое заключается в возрастании их амплитуды (i_0 , U_{0C} , U_{0L} , U_{0R}) при приближении частоты внешней ЭДС к резонансной частоте, зависящей от параметров L , C и R . Рассмотрим подробнее резонанс для U_C и i .

4.2.2. Резонанс напряжения на конденсаторе

Из (203) следует, что амплитуда напряжения на конденсаторе равна

$$U_{0C} = \frac{q_0}{C} = \frac{\varepsilon_0}{LC\sqrt{4\delta^2\omega^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2}}. \quad (209)$$

Как и следовало ожидать, U_{0C} прямо пропорционально амплитуде ЭДС ε_0 . Кроме того, U_{0C} сложным образом зависит от ω . При постоянной амплитуде источника ε_0 и заданных параметрах контура L и C , зависимость $U_{0C} = f(\omega)$ для трех различных сопротивлений R представлена на рис. 90, а.

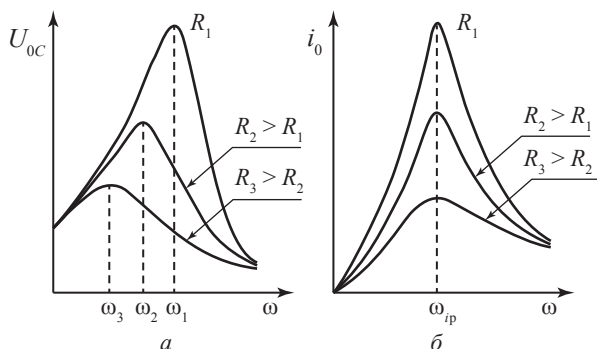


Рис. 90. Резонансные кривые:

а — напряжения на конденсаторе
б — тока в контуре при разных сопротивлениях

При $\omega \rightarrow 0$ все резонансные кривые сходятся в одной точке с ординатой $U_{0C} = \varepsilon_0$. Частота ω_p , при которой U_{0C} достигает максимума, называется *резонансной частотой*.

Резонансная частота для напряжения на конденсаторе ω_p находится из условия экстремума функции (209):

$$\frac{dU_{0C}}{d\omega} = 0. \quad (210)$$

В результате несложных вычислений находим:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0. \quad (211)$$

Из формулы (211) видно, что резонансная частота для напряжения на конденсаторе меньше частоты свободных затухающих колебаний (ср. с (180)), но при $R = 0$ резонансная частота совпадает с частотой собственных колебаний ω_0 .

Таким образом, при небольших сопротивлениях контура R амплитуда вынужденных колебаний заряда q и напряжения на конденсаторе U_C достигает максимального значения при частоте ЭДС, приблизительно равной частоте собственных колебаний контура. С увеличением сопротивления R резонансные кривые понижаются, а максимум сдвигается в сторону меньших частот.

Рассмотрим также резонансные кривые для тока. Из закона Ома (208) видно, что при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ $i_0 \rightarrow 0$. При

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad (212)$$

амплитуда тока достигает своего максимального значения

$$i_{0\max} = \frac{\varepsilon_0}{R}. \quad (213)$$

Итак, (212) и есть условие резонанса для тока, откуда для резонансной частоты ω_{ip} получаем:

$$\omega_{ip} = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_0. \quad (214)$$

Резонансные кривые для тока $i_0(\omega)$ при постоянной амплитуде ЭДС источника ε_0 и заданных параметрах L и C приведены на рис. 90, б. Видно, что при увеличении R амплитуда тока уменьшается и резонанс выражен менее отчетливо. Однако резонансная частота не зависит от активного сопротивления и равна ω_0 .

При вынужденных колебаниях в контуре кроме рассмотренного нами резонанса напряжения на конденсаторе и резонанса тока имеет место резонанс и других изменяющихся со временем величин $q(t)$, $\varepsilon_L(t)$, $U_R(t)$. Но все эти явления резонанса, происходящие в последовательном контуре, т. е. когда источник напряжения и все элементы контура соединены последовательно, называются резонансом напряжений, в отличие от случаев, когда источник ЭДС подключается к контуру параллельно. В этих случаях наблюдается резонанс токов, который в данной работе не рассматривается.

4.2.3. Добротность контура при вынужденных колебаниях

Добротность при вынужденных колебаниях определяет амплитуду напряжения на конденсаторе в резонансе. Действительно, из (209) имеем:

$$U_{0p} = \frac{\varepsilon_0}{LC \sqrt{4\delta^2 \omega_p^2 + (\omega_p^2 - \omega_0^2)^2}}. \quad (215)$$

При не очень большом сопротивлении, полагая $\omega_p \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ и учитывая (192), преобразуем выражение (215):

$$U_{0p} \approx \frac{\varepsilon_0}{2LC \cdot \delta \cdot \omega_p} = \frac{\varepsilon_0}{2LC \cdot \frac{R}{2L} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC}}} = \frac{\varepsilon_0}{R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}} = \varepsilon_0 Q$$

или

$$Q = \frac{U_{0p}}{\varepsilon_0}. \quad (216)$$

Т. е. *добротность колебательного контура* показывает, во сколько раз резонансная амплитуда напряжения на конденсаторе больше амплитуды вынуждающей ЭДС. Аналогично можно определить амплитуду напряжения на индуктивности L — мы получим, что амплитудные значения U_{0L} и U_{0C} при резонансе равны по

величине, но, согласно (207), находятся в противофазах, поэтому их суммарное значение равно нулю. Отсюда и название — резонанс напряжений. При резонансе величина тока определяется лишь падением напряжения на активном сопротивлении, как и следовало ожидать, согласно (213).

Добротность характеризует также и ширину резонансной кривой, или полосы пропускания, данного контура. Это чрезвычайно важно для настройки контура на определенную частоту.

Чтобы это показать, построим резонансную кривую $U_{0c} = f(\omega)$ в безразмерных координатах. По ординате отложим $\left(\frac{U_{0c}}{\varepsilon_0}\right)^2$, а по абсциссе отношение $\frac{\omega}{\omega_0} = \gamma$ (см. рис. 91). Из (209), используя (165) и (192), найдем

$$\frac{U_{0c}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{C\sqrt{R^2\omega^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma^2}{Q^2} + (\gamma^2 - 1)^2}}$$

или

$$\left(\frac{U_{0c}}{\varepsilon_0}\right)^2 = \frac{1}{\gamma^2/Q^2 + (\gamma^2 - 1)^2},$$

где Q — добротность контура (192).

Если теперь найти значение $\gamma = \gamma_{1/2}$, при котором величина

$$\left(\frac{U_{0c}}{\varepsilon_0}\right)^2$$

вдвое меньше резонансной величины, т. е.

$$\left(\frac{U_{0c}}{\varepsilon_0}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{U_{0p}}{\varepsilon_0}\right)^2 = \frac{1}{2} Q^2,$$

то выражение (217) можно записать в виде:

$$\frac{1}{2}Q^2 = \frac{1}{\frac{\gamma_{1/2}^2}{Q^2} + (\gamma_{1/2}^2 - 1)^2}$$

или

$$Q^2(\gamma_{1/2}^2 - 1)^2 + \gamma_{1/2}^2 = 2. \quad (218)$$

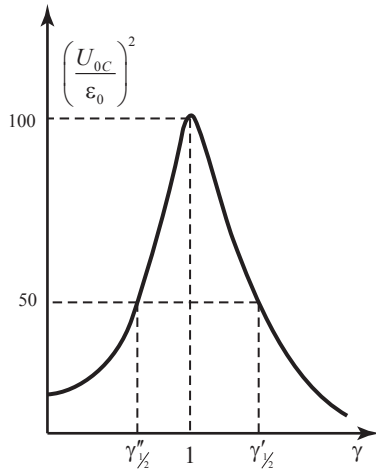


Рис. 91. Резонансная кривая в относительных координатах

Решая уравнение (218), находим, что

$$\gamma_{1/2}^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2} \pm \frac{1}{Q} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}. \quad (219, a)$$

Рассмотрим контуры с большой добротностью ($Q \gg 1$), тогда членами порядка $\frac{1}{Q^2}$ можно пренебречь, и из (219, a) получим:

$$\gamma_{1/2}^2 = 1 \pm \frac{1}{Q} \quad (219, б)$$

или

$$\gamma_{1/2} = 1 \pm \frac{1}{2Q}. \quad (220)$$

Из (220) видно, что существуют два значения $\gamma_{1/2}$, расположенные по обе стороны максимума резонансной кривой, при которых величина

$$\left(\frac{U_{0C}}{\varepsilon_0} \right)^2$$

в два раза меньше своего максимального значения (рис. 91). Обозначив эти значения через $\gamma'_{1/2}$ и $\gamma''_{1/2}$, из (220) имеем

$$\gamma'_{1/2} = 1 + \frac{1}{2Q} \text{ и } \gamma''_{1/2} = 1 - \frac{1}{2Q},$$

отсюда

$$\gamma'_{1/2} - \gamma''_{1/2} = \frac{1}{Q}$$

или

$$Q = \frac{1}{\gamma'_{1/2} - \gamma''_{1/2}}. \quad (221)$$

Разность $\gamma'_{1/2} - \gamma''_{1/2}$ называют *полосой пропускания* или *полушириной резонансной кривой*. Чем выше добротность контура, тем меньше полоса пропускания и тем лучше избирательность контура.

Примечание

Полуширину резонансной кривой можно рассчитать и из зависимости $U_{0c}(\nu)$, где $\nu = \omega/2\pi$. Для этого нужно провести горизонтальную линию на уровне $\frac{U_{0p}}{\sqrt{2}}$ и спроецировать точки пересечения на ось ν . Тем самым мы получим $\gamma'_{1/2}$ и $\gamma''_{1/2}$:

$$\frac{\nu_0}{\nu'_{1/2} - \nu''_{1/2}} = \frac{1}{\gamma'_{1/2} - \gamma''_{1/2}} = Q. \quad (222)$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13

Активная и реактивная мощности в цепях переменного тока

Ц е л ь р а б о т ы: Определить активную и реактивную мощности в цепи переменного тока.

1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Согласно закону Джоуля — Ленца, мощность, выделяемая в цепи постоянного тока, равна:

$$P = iU, \quad (223)$$

где i — ток в проводнике, а U — напряжение на концах проводника. Если использовать закон Ома, то можно записать:

$$P = i^2 R \quad (224)$$

или

$$P = \frac{U^2}{R}. \quad (225)$$

В цепях переменного тока, при наличии емкости и индуктивности, между током и напряжением возникает сдвиг фаз. При последовательном соединении сопротивления, емкости и индуктивности напряжение на этих элементах не совпадает по фазе:

напряжение на индуктивности отстает по фазе от напряжения на сопротивлении на $\frac{\pi}{2}$, а напряжение на емкости, напротив, опережает напряжение на сопротивлении на $\frac{\pi}{2}$.

Это обстоятельство позволяет построить векторную диаграмму для амплитудных значений напряжения для этих трех элементов (рис. 89). Концы векторов указывают на амплитудные значения напряжений U_R, U_L, U_C .

Напряжения на емкости и индуктивности оказываются в противофазе, т. е. сдвинуты по фазе на π . Амплитудное значение напряжения на всей цепи ε_0 можно просто найти векторным сложением, как показано на рис. 89.

При последовательном соединении ток в цепи один и тот же — i . Активное сопротивление обозначается R , индуктивное сопротивление $R_L = L\omega$, емкостное $R_C = \frac{1}{C\omega}$, где L — индуктивность, C — емкость, ω — круговая частота, $\omega = 2\pi\nu$ (в промышленной сети $\nu = 50$ Гц).

Таким образом, из векторной диаграммы непосредственно вытекает закон Ома для полной цепи переменного тока:

$$\varepsilon_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = i_0 \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}, \quad (226)$$

отсюда

$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}. \quad (227)$$

Выражение $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$ называется *импедансом цепи*. Из векторной диаграммы легко можно увидеть, что сдвиг фаз между амплитудой ЭДС (ε_0) и амплитудными значениями тока $i_0(U_{0R})$ равен φ :

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}. \quad (228)$$

Теперь рассмотрим, какая мощность выделяется в цепи переменного тока на сопротивлении R . Пусть напряжение изменяется по закону $U = U_0 \cos(\omega t)$, тогда за один период колебания будет выделяться теплота:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \int_0^T \frac{U^2}{R} dt = \int_0^T \frac{U_0^2 \cos^2(\omega t)}{R} dt = \frac{U_0^2}{R} \int_0^T \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} dt = \\ &= \frac{U_0^2}{2R} T + \frac{U_0^2}{2R} \int_0^T \cos(2\omega t) dt = \frac{U_0^2}{2R} T. \end{aligned} \quad (229)$$

Теплота, выделяемая за единицу времени, т. е. мощность, равна $\frac{U_0^2}{2R}$, где U_0 — амплитудное значение напряжения. Это значит, что если бы мы взяли напряжение $U_{\text{эфф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$, то получили бы формулу мощности как для постоянного тока: $P = \frac{U_{\text{эфф}}^2}{R}$ или $P = i_{\text{эфф}}^2 R$. Таким образом, $U_{\text{эфф}}$ называют *эффективным* или *действующим напряжением*, так как такое напряжение выделяет такое же количество тепла, как и при постоянном токе. Поскольку амплитудные значения тока и напряжения отличаются от эффективных в $\sqrt{2}$ раз, то закон Ома для амплитудных значений (227) может быть записан через эффективные значения:

$$i_{\text{эфф}} = \frac{U_{\text{эфф}}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}. \quad (230)$$

Отсюда мощность, выделяемая на сопротивлении при переменном токе в цепи:

$$P = i_{\text{эфф}}^2 R = \frac{U_{\text{эфф}} i_{\text{эфф}} R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = U_{\text{эфф}} i_{\text{эфф}} \cos \varphi, \quad (231)$$

где φ — сдвиг фаз между током и напряжением во всей цепи.

В случае, когда цепь состоит только из сопротивления и емкости, выражение (228) и (230) запишутся в виде:

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}, \quad (232)$$

$$i_{\text{эфф}} = \frac{U_{\text{эфф}}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}, \quad (233)$$

отсюда, подставив (232), (233) в (231), получим

$$P = U_{\text{эфф}} \frac{U_{\text{эфф}}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}} \cos \varphi = \frac{U_{\text{эфф}}^2 R}{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}. \quad (234)$$

Подавая на RC -цепь постоянное по величине напряжение $U_{\text{эфф}}$ и меняя активное сопротивление R , можно исследовать функцию $P(R)$.

Вычисляя $\frac{dP}{dR}$, получим

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U_{\text{эфф}}^2 \left(\frac{1}{C^2 \omega^2} - R^2 \right)}{\left(\frac{1}{C^2 \omega^2} + R^2 \right)}. \quad (235)$$

Приравняв выражение (235) к нулю, находим, что при $R = \frac{1}{C\omega}$ мощность принимает максимальное значение.

Мощность, равная

$$P_r = i_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \sin \varphi, \quad (236)$$

называется *реактивной мощностью*. Она не может быть выделена в форме тепла, поэтому при производстве электроэнергии ее стремятся сделать как можно меньше.

Полная мощность

$$P_{\text{полн}} = i_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} = \sqrt{P^2 + P_r^2}. \quad (237)$$

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

На рис. 92 представлена принципиальная схема экспериментальной установки для измерения активной и реактивной мощности.

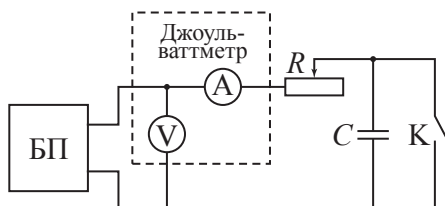


Рис. 92. Принципиальная схема лабораторной установки (БП — блок питания, R — реостат (330 Ом), C — емкость (40 мкФ), К — ключ)

3. ЗАДАНИЕ

1. Собрать схему установки, подключить ее к источнику переменного напряжения. Движок реостата поставить в положение с максимальным сопротивлением. Пригласить преподавателя для проверки схемы.
2. Поставить на блоке питания любое напряжение от 10 до 15 В переменного тока $U_{\text{эфф}}$ и записать его.
3. Замкнуть ключ К. При этом ток пойдет только через сопротивление, так как емкость C будет замкнута накоротко (зашунтирована). Записать значения тока i_R и мощность P_R в табл. 20.

4. Рассчитать сопротивление R при зашунтированной емкости по формуле (224) или (225), или из закона Ома $\frac{U_{\text{эфф}}}{i_{\text{эфф}}}$.
5. Разомкнуть ключ K и снова записать все параметры: i_{RC} [А], и P_{RC} [Вт]. При этом $U_{\text{эфф}}$ остается постоянным.
6. Рассчитать сдвиг фаз ($\cos(\varphi)$) при разомкнутом ключе по формуле (231) экспериментально из показаний приборов: вольтметра, амперметра и ваттметра; и по формуле (232) теоретически, зная R , C и ω .
7. Рассчитать реактивную мощность по формулам (236) или (237).
8. Меняя сопротивление цепи движком реостата, повторить измерения 12–15 раз. Записать все измерения в таблицу.
9. Построить графики зависимостей $P_R = f(R)$, $P_{RC} = f(R)$, $P_r = f(R)$, $\cos \varphi = f(R)$ (теоретические и экспериментальные кривые на одном графике).
10. Для одной из точек графика определить R четырьмя способами из измерений прибором напряжения, тока и активной мощности. Привести их расчет и, считая измерения равноточными, определить случайную и систематическую погрешности измерения R . Класс точности Джоуль-ваттметра равен $\pm 1\%$.
11. Объяснить полученные результаты.

Таблица 20

Результаты измерений

№	i_R , мА	i_{RC} , мА	P_R , Вт	P_{RC} , Вт	R , Ом	P_r , Вт	$\cos(\varphi)$ (эксп.)	$\cos(\varphi)$ (теор.)

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое *активная мощность*?
2. Почему возникает сдвиг фаз между током и напряжением в цепях с емкостью и индуктивностью?

3. Чему равен сдвиг фаз между напряжениями на емкости и на индуктивности?
4. Чему равен сдвиг фаз между напряжениями на емкости и на активном сопротивлении?
5. Чем объясняется появление максимума на зависимости активной мощности от активного сопротивления?
6. Объясните поведение каждого из полученных графиков.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14

Изучение вынужденных колебаний и явления резонанса в колебательном контуре

Цели работы:

1. Изучить теорию вынужденных колебаний.
2. Получить экспериментально резонансные кривые при разных параметрах контура.
3. Измерить и рассчитать теоретически добротность контура.
4. Проследить, как меняется добротность в зависимости от параметров контура.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

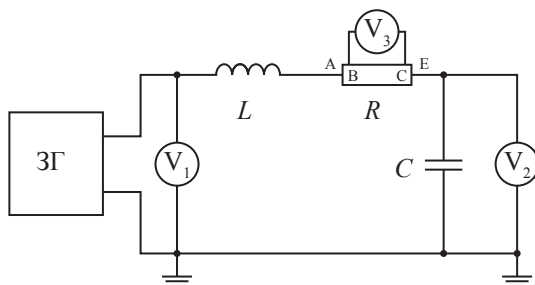


Рис. 93. Схема для наблюдения вынужденных колебаний

Собрать схему по рис. 93. Приборы: ЗГ — звуковой генератор; L — катушка индуктивности; R — магазин сопротивлений; C — магазин емкостей; V_1 , V_2 , V_3 — вольтметры.

Измерение тока осуществляется вольтметром, подключенным к части омического сопротивления R , которое входит

в колебательный контур. Так как сопротивление вольтметра достаточно велико, можно считать, что $i = \frac{U_{R_{BC}}}{R_{BC}}$.

Получить у преподавателя одно из заданий и приступить к его выполнению.

Задание 1 (вольтметр V_3 не потребуется)

1. Составить колебательный контур с параметрами $C = 0,04$ мкФ, $L = 1$ Гн.
2. Рассчитать собственную частоту контура по формуле (184) и соответствующую ей частоту

$$\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

3. Поддерживая на выходе звукового генератора напряжение $\varepsilon_0 = 0,5$ В, измерить зависимость $U_{0C} = f(\nu)$, где ν — частота генератора, U_C — напряжение на емкости, при сопротивлениях $R_1 = R_L$, $R_2 = 500$ Ом и $R_3 = 1000$ Ом, R — активное сопротивление контура, а R_L — активное сопротивление катушки индуктивности. Результаты занести в таблицу.
4. Построить график зависимости

$$\left(\frac{U_{0C}}{\varepsilon_0} \right)^2 = f(\gamma)$$

для разных R . Здесь $\gamma = \frac{\nu}{\nu_0}$.

5. Для всех трех контуров рассчитать добротность контура теоретически по формуле (192) и экспериментально по амплитудам напряжений (216) и по полуширине кривой (221).
6. Для одного из контуров оценить погрешность добротности контура.
7. Используя (211), оценить сдвиг резонансной частоты для двух крайних случаев:

$$\Delta \nu_p = \frac{\omega_{p1} - \omega_{p3}}{2\pi}.$$

8. Сделать выводы.

Задание 2 (вольтметр V_3 не потребуется)

Составить контур с параметрами: $L = 1$ Гн, $C = 0,09$ мкФ. Далее всё выполняется согласно заданию 1 для контуров с сопротивлениями: $R_1 = R_L$, $R_2 = 300$ Ом и $R_3 = 1200$ Ом. Напряжение на выходе звукового генератора ε_0 поддерживать равным 1 В.

Задание 3

1. Составить колебательный контур с параметрами $L = 1$ Гн, $C = 0,8$ мкФ.
2. Рассчитать собственную частоту контура $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.
3. На вольтметр V_3 подать сигнал с части активного сопротивления R (для этого вольтметр V_3 подключить к клеммам «В» и «С» и курбелем, расположенным между этими клеммами, поставить сопротивление 20–70 Ом). Напряжение на выходе звукового генератора ε_0 поддерживать равным 1 В.
4. Измерить по точкам резонансные кривые напряжения $U_{0C} = f(\nu)$ и резонансные кривые для тока $U_{0R} = f(\nu)$ при минимально возможном сопротивлении контура и при сопротивлении 1200 Ом.
5. Построить графики зависимостей $U_{0C} = f(\nu)$ и $i_0 = f(\nu)$ (по две кривых на каждом графике).
6. Рассчитать добротность контура в двух случаях тремя способами: теоретически (192), экспериментально по амплитудам напряжений (216) и по полуширине кривой (222).
7. Для одного из контуров оценить погрешность добротности.
8. Сравнить графики между собой и сделать выводы по работе.

Задание 4

Составить контур с параметрами: $L = 1$ Гн, $C = 0,36$ мкФ. Далее всё выполняется согласно заданию 3 для контуров с сопротивлениями 200 Ом и 1500 Ом. Напряжение на выходе звукового генератора ε_0 поддерживать равным 1 В.

Задание 5

Составить колебательный контур с параметрами: $L = 1$ Гн, $R = 300$ Ом. Далее всё выполняется согласно заданию 3 для контуров с емкостями 0,05 мкФ и 0,45 мкФ. Далее построить графики в координатах: $U_{0C} = f(\gamma)$ и $i_0 = f(\gamma)$, где

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\nu}{\nu_0}.$$

Примечание

Преподаватель может изменить задание по своему усмотрению.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания контура называются *вынужденными*?
2. Записать дифференциальное уравнение вынужденных колебаний (например, колебания заряда на обкладках конденсатора) и его решение.
3. Записать формулу амплитуды вынужденных колебаний заряда на конденсаторе и проанализировать ее зависимость от частоты вынуждающей ЭДС.
4. Записать закон изменения $i(t)$, $U_C(t)$, $U_L(t)$, $U_R(t)$ для вынужденных колебаний в контуре и рассмотреть фазовые соотношения.
5. Построить векторную диаграмму для U_{0C} , U_{0L} , U_{0R} и ε_0 .
6. В чем состоит явление *резонанса*? Записать выражение резонансной частоты для напряжения на конденсаторе и для тока.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15

Изучение свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре

Цели работы:

1. Получить график зависимости свободных затухающих колебаний в колебательном контуре при заданных параметрах контура и измерить период колебаний.

2. Получить частотный спектр колебаний.
3. Исследовать зависимость добротности колебательного контура от величины сопротивления.
4. Определить критическое сопротивление.

1. Ход работы

Собрать электрическую схему колебательного контура (рис. 94). Приборы: БП — блок питания постоянного тока; R — магазин сопротивлений (клеммы «А», «Е»); L — катушка индуктивности; C — емкость; A и V — амперметр и вольтметр, подключаются к компьютеру через блок Sensor-Cassy.

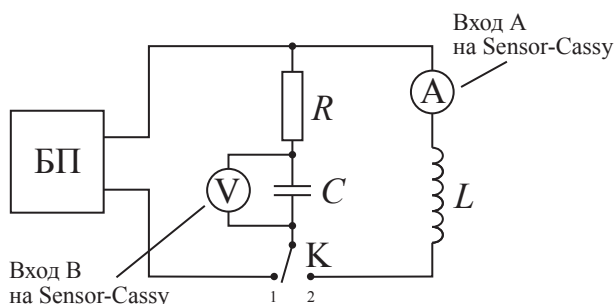


Рис. 94. Принципиальная схема лабораторной установки

Позвать преподавателя для проверки схемы. Записать значение индуктивности L , емкости контура C , величину сопротивления R (в первом задании R равно R_L — омическому сопротивлению катушки индуктивности).

Задание 1

Необходимо получить на экране монитора график свободных затухающих колебаний при минимальном сопротивлении $R = R_L$. Для этого выполняется следующая последовательность действий:

1. Включить источник питания. Подать на конденсатор напряжение $U = 5\text{--}12$ В. Ключ K поставить в положение «1» (рис. 94).

2. Включить компьютер. Запустить программу «работа_15». Если необходимо, закрыть лишние дочерние окна. В главном окне отобразится сетка координат $X — Y$. По умолчанию, на вкладке «Standard» ось X является осью времени, а по оси Y могут быть выведены различные величины, список которых расположен на панели инструментов в верхней части окна (рис. 95).



Рис. 95. Панель инструментов программы «работа_15»

- Здесь I_{A1} — ток в контуре, U_{B1} — напряжение на конденсаторе, которые измеряются с помощью Sensor-Cassy. Величина U в этом задании не используется. С помощью параметров A , T_2 , f_5 , D можно аппроксимировать экспериментальную кривую затухающих колебаний $U_{B1}(t)$ функцией f_1 .
3. Нажать кнопку «Часы», отвечающую за начало измерений. На экране при этом должна появиться надпись «НЕТ СТАРТОВОГО СИГНАЛА». Переключить ключ K в положение «2». При этом в контуре начнутся свободные колебания. По умолчанию, на вкладке «Standard» отображаются графики функций $U_{B1}(t)$, $I_A(t)$.
 4. Вывести на график кривую $f_1(t)$. Чтобы отобразить кривую на графике, необходимо подвести курсор к иконке f_1 , расположенной на панели инструментов (рис. 96). Захватив иконку левой кнопкой мыши, разместить ее справа к оси напряжения. Отпустить левую кнопку мыши. При этом кривая f_1 появится на графике. Убрать f_1 можно в обратном порядке.
 5. Совместить функцию $f_1(t)$ с экспериментальной кривой $U_{B1}(t)$. Для этого необходимо нажать курсором на кнопку «D» на панели инструментов, после чего появится окно настройки этого параметра (рис. 97). Захватив бегунок

нажатием левой кнопки мыши, переместить его в нужном направлении до тех пор, пока ось t функции f_1 не совместится с осью X .

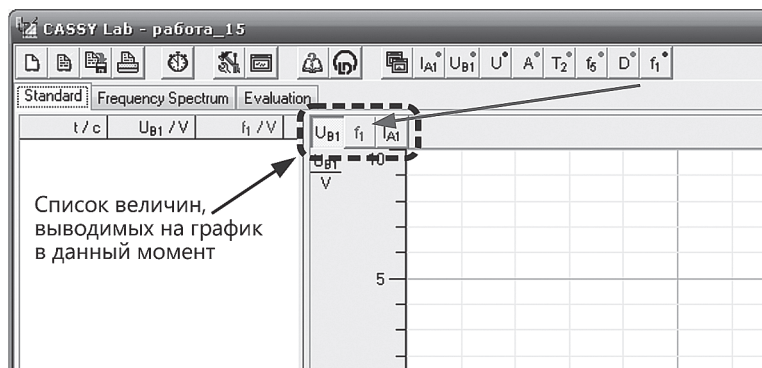


Рис. 96. Построение графиков в программе CASSY Lab

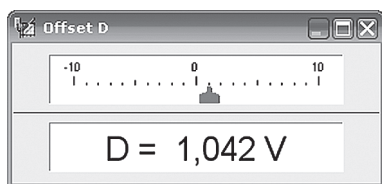


Рис. 97. Окно настройки параметра D

Другие параметры: A — позволяет изменять амплитуду колебаний, f_s — меняет частоту функции, T_2 — отвечает за время релаксации (декремент затухания). Вызвав по очереди все три параметра, совместить график f_1 с экспериментальной кривой.

6. Для численного описания функции f_1 щелкнуть правой кнопкой мыши в области графика. В открывшемся всплывающем меню выбрать «Приближение кривой», затем «Огибающая вида e^{-x} ». Приблизить курсор к оси Y и, зажав левую кнопку мыши, переместить курсор в правую часть графика. При

этом аппроксимируемая кривая должна окраситься в голубой цвет. После отпускания левой кнопки на экране появится огибающая кривая вида $A \cdot e^{-\delta t}$.

Правой кнопкой вызвать всплывающее меню, выбрать графу «Поставить маркер», затем «Текст» (либо просто нажав комбинацию Alt + T). В открывшемся окне в разделе «Текст» появятся значения параметров огибающей функции

$$f_1 = A \cdot \exp\left(-\frac{x}{B}\right) + C. \quad (238)$$

Очевидно, что $\delta = 1/B$. Чтобы вывести значения параметров на экран, необходимо нажать «ОК» и переместить появившуюся рамку в свободное место на графике. Щелкнуть левой кнопкой мыши.

7. Распечатать на принтере графики функций. Чтобы распечатать график функций, нужно нажать на соответствующую кнопку панели инструментов. Так как принтер черно-белый, следует сразу же подписать кривые $U_{B1}(t)$, $I_A(t)$ и $f_1(t)$.
8. Вывести на экран частотный спектр, нажав на вкладке «Frequency spectrum», поставить на вершину пика. Частотный спектр колебаний необходимо распечатать и подписать на нем значения величины амплитуды пика и частоты, взятые из таблицы.

Задание 2

В ходе выполнения задания требуется измерить параметры затухающих колебаний. Для этого необходимо:

1. Оставить на экране только график $U_B(t)$. Измерить амплитуды и моменты времени, когда напряжение становится максимальным, для последовательных колебаний при сопротивлении $R = R_L$. Для этого левой клавишей мыши нужно последовательно выбрать на кривой 5–6 пиков. При этом на графике появятся светлые маркеры, а в таблице результатов

измерений величина амплитуды напряжения выделяется прямоугольной пунктирной рамкой. Записать в табл. 21 значения $U_{B1}, U_{B2}, \dots, U_{BN}$ и т. д. и моменты времени t_1, t_2, \dots, t_N для 5–6 амплитуд, где N — номер амплитуды.

Таблица 21

**Измерение периода
и добротности контура при $R = 300 \text{ Ом}$**

№	U_{BN}	t_N	$\theta = \ln \left(\frac{U_{BN}}{U_{BN+1}} \right)$	$Q = \frac{\pi}{\theta}$	$T = t_{N+1} - t_N$
1					
2					
3					
...					

2. Сравнить между собой теоретическую и экспериментальную зависимости напряжения от времени. Описать разницу между ними.
3. Сравнить экспериментальные значения периода и добротности с теоретическими. В выводе указать значения периода колебаний и добротности контура, ближе всего совпадающие с теоретическими (см. формулы (182), (192)).

Задание 3

В ходе выполнения задания требуется провести измерения добротности контура в зависимости от сопротивления R .

1. Измерить значения первой и второй амплитуд колебаний для 5–6 различных сопротивлений контура R в интервале 300–2100 Ом. Сопротивление увеличивается с помощью магазина сопротивлений. Результаты измерений записать в табл. 22.

Определение зависимости добротности от сопротивления

R (Ом)	U_{B1}	U_{B2}	$\theta = \ln\left(\frac{U_{B1}}{U_{B2}}\right)$	$Q = \frac{\pi}{\theta}$	$Q_{\text{теор}} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$
300					
600					
...					

2. Построить на миллиметровой бумаге экспериментальный и теоретический графики зависимости $Q(R)$.

Задание 4

Необходимо измерить критическое сопротивление $R_{\text{кр}}$. Постепенно увеличивая сопротивление колебательного контура и наблюдая характер процесса разрядки конденсатора по графику $U_B(t)$, подобрать такое R , при котором процесс разрядки станет аperiодическим. Сравнить $R_{\text{кр}}$ экспериментальное с рассчитанным теоретически (172).

Сделать выводы по работе

1. Сравнить теоретические расчеты с экспериментальными.
2. Сделать вывод относительно сдвига фаз тока и напряжения.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое *колебательный контур*?
2. Какие колебания называются *свободными*?
3. Записать дифференциальное уравнение для контура без внешней ЭДС. Какие решения оно имеет? Нарисовать графики.
4. Записать выражение частоты, периода и амплитуды затухающих колебаний для заряда на обкладках конденсатора.
5. Дать определение *логарифмического декремента затухания* и *добротности контура*, привести формулы.
6. Написать условие для аperiодического разряда конденсатора и выражение для критического сопротивления.

Заключение

Авторы хотели бы отметить, что представленная в данном разделе теория колебаний и резонанса в электрических цепях является частью более общей теории колебательных явлений. Получив базовые представления, углубленное знакомство с теорией колебаний читатель может получить самостоятельно в изданиях [25; 26].

Помимо индивидуальной научно-исследовательской работы, приобретенные знания и навыки работы с электрическими цепями в дальнейшем пригодятся студентам при прохождении лаборатории физической электроники общего физического практикума и изучении соответствующей дисциплины.

Опыт работы с модулем CASSY Lab является одним из первых на пути освоения студентами современных измерительных систем, в которых разные цифровые приборы, платы и модули образуют единый программируемый измерительный комплекс. Одна из тенденций — создание исследователями виртуальных приборов на основе графических сред программирования (например, LabVIEW [27]) под нужды конкретного эксперимента.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики : в 4 т. Т. 2 : Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М. : КНОРУС, 2012. 576 с.
2. *Байда Л. И., Добротворский Н. С., Душин Е. М. и др.* Электрические измерения. Л. : Ленингр. отд-ние, 1980. 392 с.
3. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики : в 5 т. Т. 3 : Электричество. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. 654 с.
4. *Гольдин Л. Л., Игошев Ф. Ф., Козел С. М. и др.* Руководство к лабораторным занятиям по физике. М. : Наука, 1973. 688 с.
5. *Эгертон Р. Ф.* Физические принципы электронной микроскопии. М. : Техносфера, 2010. 304 с.
6. *Жу У., Уанга Ж. Л.* Растровая электронная микроскопия для нанотехнологий : методы и применение. М. : Бином : Лаборатория знаний, 2013. 607 с.
7. *Гусев В. Г., Гусев Ю. М.* Электроника. М. : Высш. шк., 1991. 622 с.
8. *Петров К. С.* Радиоматериалы, радиокомпоненты и электроника. СПб. : Питер, 2003. 506 с.
9. *Зегря Г. Г.* Основы физики полупроводников. М. : Физматлит, 2009. 334 с.
10. *Фистуль В. И.* Введение в физику полупроводников: учеб. пособие для вузов. М. : Высш. шк., 1984. 351 с.
11. *Павлов П. В., Хохлов А. Ф.* Физика твердого тела. М. : Высш. шк., 2000. 494 с.
12. *Пасынков В. В., Чиркин Л. К.* Полупроводниковые приборы : учеб. пособие для вузов. СПб. : Лань, 2001. 480 с.
13. *Валенко В. С.* Полупроводниковые приборы и основы схемотехники электронных устройств. М. : Додэка-XXI, 2001. 368 с.
14. *Струков Б. А., Леванюк А. П.* Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. М. : Наука : Физматлит, 1995. 292 с.
15. *Кронберг Д. А., Ожигов Ю. И., Чернявский А. Ю.* Квантовая информатика и квантовый компьютер. М. : Макс Пресс, 2011. 65 с.
16. *Tada K., Hashimoto T., Haruyama J., Yang H., Chshiev M.* Spontaneous spin polarization and spin pumping effect on edges of graphene antidot lattices // Phys. Status Solidi B. 2012. Vol. 249. № 12. P. 2491–2496.

17. Боровик Е. С., Еременко В. В., Мильнер А. С. Лекции по магнетизму. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. 512 с.
18. Вонсовский С. В. Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро- и ферримагнетиков. М. : Наука, 1971. 1032 с.
19. Ostler T. A., Barker J., Evans R. F. L. et al. Ultrafast heating as a sufficient stimulus for magnetization reversal in a ferrimagnet tool // Nature Communications. 2012. Vol. 3. № 666. P. 1–6.
20. Tomasello R., Martinez E., Zivieri R., Torres L., Carpentieri M., Finocchio G. A strategy for the design of skyrmion racetrack memories // Scientific Reports. 2014. Vol. 4. № 6784. P. 1–7.
21. Balamurugan B., Sellmyer D. J., Hadjipanayis G. C., Skomski R. Prospects for nanoparticle-based permanent magnets // Scripta Materialia. 2012. Vol. 67. P. 542–547.
22. Боков В. А. Физика магнетиков : учеб. пособие для вузов. СПб. : БХВ-Петербург, 2002. 272 с.
23. O'Handley R. C. Modern Magnetic Materials: Principles and Applications. New York : John Wiley & Sons, Inc., 2000. 740 p.
24. Skomski R. Simple Models of Magnetism. Oxford : Oxford Univ. Press, 2012. 349 p.
25. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М. : Наука, 1981. 918 с.
26. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. Прикладные методы в теории колебаний. М. : Наука, 1988. 328 с.
27. Алексейчик Л. В., Бутырин П. А., Васьковская Т. А. и др. Автоматизация физических исследований и эксперимента. Компьютерные измерения и виртуальные приборы на основе LabVIEW 7. М. : ДМК Пресс, 2005. 265 с.

Учебное издание

Лобанова Наталья Борисовна

Лобанов Юрий Александрович

Зырянова Наталья Павловна

Вилисова Елена Анатольевна

Болячкин Антон Сергеевич

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Лабораторный физический практикум

Заведующий редакцией *М. А. Овечкина*

Редактор *А. А. Макарова*

Корректор *А. А. Макарова*

Компьютерная верстка *Н. Ю. Михайлов*

План выпуска 2017 г. Подписано в печать 10.11.2017.
Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Уч.-изд. л. 10,5. Усл. печ. л. 12,5. Тираж 50 экз. Заказ № 79.

Издательство Уральского университета
620000, Екатеринбург-83, ул. Тургенева, 4

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620000, Екатеринбург-83, ул. Тургенева, 4

Тел.: +7 (343) 350-56-64, 358-93-22

Факс: +7 (343) 358-93-06

E-mail: press-urfu@mail.ru

<http://print.urfu.ru>

